

**დროითი პარამეტრების სტატისტიკური ანალიზი
და საათობრივი კატეგორიული რიგების
სტაციონარულობის შეფასება**

ქირია თ., ნიკოლაიშვილი მ., ჩხაიძე თ.

*ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მიხეილ ნოდია სახელობის გეოფიზიკის ინსტიტუტი*

შესავალი

დედამიწის მაგნიტური ველი წარმოადგენს გლობალურ გეოფიზიკურ სისტემას, რომელიც იცავს პლანეტას მზის ქარისა და მაღალი ენერგიის მქონე კოსმოსური ნაწილაკების ზემოქმედებისგან. მაგნიტოსფერო ასუსტებს და გადაამისამართებს დამუხტულ ნაწილაკებს, რითაც ამცირებს მათ გავლენას ატმოსფეროსა და იონოსფეროზე.

მაგნიტური ველის დროითი ვარიაციები გეოფიზიკის მნიშვნელოვანი კვლევითი საკითხია. ისინი განპირობებულია როგორც დედამიწის შიდა დინამიკური პროცესებით (გეოდინამო), ისე გარე ფაქტორებით, განსაკუთრებით მზის აქტივობით. მრავალი კვლევა მიუთითებს მზის აქტივობასა და გეომაგნიტურ ვარიაციებს შორის არსებულ მჭიდრო კავშირზე, თუმცა ამ ურთიერთქმედების ზუსტი მექანიზმები და მასშტაბები კვლავ აქტიური მეცნიერული შესწავლის საგნად რჩება.

1. მეთოდოლოგია

მოცემული კვლევა ეფუძნება დროით დისკრეტულ დაკვირვებებს რვა სხვადასხვა საათზე – 1:00, 4:00, 7:00, 10:00, 13:00, 16:00, 19:00, 22:00.

მონაცემები წარმოადგენს ხარისხობრივ კატეგორიებს, რომელთა შესაძლო მნიშვნელობებია მთელი რიცხვები 0-დან 9-მდე. მიზანია გამოვიკვლიოთ: დროითი რიგი აღვწერეთ როგორც:

$$X_t^{(h)}, h \in H, t = 1, \dots, N.$$

დღის საშუალო ინდექსი განისაზღვრა:

$$M_t = \frac{1}{8} \sum_{h \in H} X_t^{(h)}. \#(1)$$

ასევე გამოყენებულია დღის ხანგრძლივობა:

$$D_t = (\text{წუთებში}), L_t = \text{მთვარის განათება (\%)}. \#(2)$$

2. სტაციონარულობის ტესტირება

2.1. ADF ტესტი

გამოიყენება მოდელი:

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \gamma X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t. \#(2)$$

ჰიპოთეზები:

$H_0: X_t$ არის ერთეულ-ფესვიანი, $H_1: X_t$ არ შეიცავს ერთეულ ფესვს.

ყველა სერიაზე:

$$p\text{-value} \ll 0.01,$$

რაც უარყოფს H_0 -ს.

ანუ: სერიები არ არიან **random walk**.

2.2. KPSS ტესტი

KPSS ტესტი ამოწმებს საპირისპიროს:

H_0 : სერია სტაციონარულია, H_1 : არასტაციონარულია. ყველა სერიაზე KPSS სტატისტიკა აღემატება კრიტიკულ ზღვარს, ამიტომ:

H_0 უარყოფილია.

სტაციონარულობა არ ფიქსირდება.

ორივე ტესტი მიუთითებს, რომ გვაქვს:

$$X_t = \mu(t) + Y_t,$$

სადაც $\mu(t)$ გარდამავალი საშუალოა.

3. ტრენდი და სეზონურობა

3.1. ლინეური ტრენდის მოდელი

მიღებულია:

$$\mu(t) = \alpha + \beta D_t. \#(3)$$

შეფასებამ აჩვენა:

$$\beta > 0, R^2 \approx 0.05.$$

3.2. ნაშთების სტაციონარულობა

ნაშთი განისაზღვრება:

$$\hat{Y}_t = X_t - \hat{\mu}(t).$$

ADF/KPSS ტესტებზე $\hat{Y}_t$ გაცილებით ახლოსაა სტაციონარულობასთან.

4. მარკოვის ჯაჭვი

რადგან $X_t \in \{0, \dots, 9\}$, ბუნებრივია:

$$p_{ij} = \mathbb{P}(X_{t+1} = j \mid X_t = i).$$

4.1. გარდამავალი მატრიცა

ემპირიულად:

$$p_{ii} \approx 0.42 - 0.55,$$

რაც მიუთითებს ინერციულობაზე.

4.2. სტაციონარული განაწილება

სტაციონარული ვექტორი:

$$\pi P = \pi.$$

გამოთვლით მიღებული π ემთხვევა გრძელვადიან ფრაქციებს: აქედან გამომდინარე პროცესი **ერგოდულია**.

5. ასტრონომიული პარამეტრების გავლენა

5.1. კორელაციული კოეფიციენტები

დღის საშუალო ინდექსსა და დღის ხანგრძლივობას შორის:

$$r(M_t, D_t) \approx 0.09 - 0.10.$$

მთვარის განათებასთან:

$$r(M_t, L_t) \approx 0.04 - 0.06.$$

აისახება სუსტი, მაგრამ ინტერპრეტირებადი კავშირი.

6. ასტრონომიული პარამეტრების გავლენა

6.1. კორელაცია

$$\begin{aligned} & \frac{M_t - D_t}{r_{MD}} \approx 0.09 - 0.10 \\ & \frac{M_t - L_t}{r_{ML}} \approx 0.04 - 0.06 \end{aligned}$$

ორი შედეგი:

1. დღის ხანგრძლივობა ახდენს სუსტ პოზიტიურ გავლენას;
2. მთვარის ფაზა – კიდევ უფრო მცირე მრღვევი ფაქტორია.

7. განაწილებების შედარება სეზონებს შორის

ანალიზისათვის გამოყენებულია:

- Kruskal-Wallis test – არაპარამეტრული შედარება;
- ANOVA – საშუალოების ტოლობის შემოწმება.

ორივე ტესტი მიუთითებს:

- სეზონებს შორის განაწილებები სტატისტიკურად განსხვავდება ($p < 0.05$).

ეს მიუთითებს, რომ „გარე“ ფაქტორებს (დრო, სეზონი, განათება, ინდუქცია) საერთო დინამიკაზე მაინც აქვს გადაწყვეტილი არაწრფივი გავლენა.

დასკვნები

1. სერიები არ არის სტაციონარული, მაგრამ არ შეიცავს ერთეულ ფესვს;
 - აღწერილია ტრენდ-სტაციონარული მოდელით.

2. დღის ხანგრძლივობა წარმოადგენს სუსტ, მაგრამ თანმიმდევრულ რეგრესორულ ფაქტორს.
3. მთვარის განათების გავლენა მინიმალურია და მხოლოდ მცირე მოდულაციით გამო-
ხატული.
4. მარკოვის მოდელი ადექვატურად აღწერს კატეგორიების გარდამავლობას და აჩვენებს
ინერციულობას და სტაციონარულ განაწილებას.
5. სეზონებს შორის განსხვავება რეალურია და ეს კომპონენტი აუცილებელია მოდელში.
6. მოდელირებისათვის საუკეთესოდ გამოდგება:

$$X_t = \alpha + \beta D_t + Y_t,$$

სადაც Y_t განისაზღვრება როგორც სტაციონარული ARMA/ARIMA ტიპის პროცესი.

ლიტერატურა – REFERENCES – ЛИТЕРАТУРА

1. Box G. E. P., Jenkins G., Reinsel G. Time Series Analysis. Wiley, 2015.
2. Hamilton J. D. Time Series Econometrics. Princeton University Press, 1994.
3. Fuller W. A. Introduction to Statistical Time Series. Wiley, 1996.
4. Dickey D. A., Fuller, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series. JASA, 1979.
5. Kwiatkowski D., Phillips P. C. B., Schmidt P., Shin, Y. Testing the null hypothesis of stationarity. Journal of Econometrics, 1999.
6. Norris J. Markov Chains. Cambridge University Press, 1997.
7. Shumway R. H., Stoffer, D. S. Time Series Analysis and Its Applications, Springer, 2017.
8. Hyndman R.J., Athanasopoulos G. Forecasting: Principles and Practice, 2018.

დროითი პარამეტრების სტატისტიკური ანალიზი და საათობრივი კატეგორიული რიგების სტაციონარულობის შეფასება

ქირია თ., ნიკოლაიშვილი მ., ჩხაიძე თ.

რეზიუმე

სტატია წარმოგიდგენთ დისკრეტული კატეგორიული დროითი რიგების სტატისტიკურ ანალიზს. გამოყენებულია ADF და KPSS ტესტები, ტრენდ-სტაციონარული მოდელები, მარკოვის ჯაჭვების ანალიზი, სეზონურობის შეფასება და ასტრონომიულ პარამეტრებთან – დღის ხანგრძლივობასა და მთვარის განათებასთან – კორელაციული კავშირები. შედეგები აჩვენებს, რომ რიგები არ ექვემდებარებიან არც მკაცრ სტაციონარულობას, არც ერთეულ-ფესვიანობას; მათი ყველაზე სწორი აღწერა ხდება ტრენდ-სტაციონარული პროცესებით.

საკვანძო სიტყვები: დროითი რიგი, ტრენდ-სტაციონარული პროცესები, სტატისტიკა.

STATISTICAL ANALYSIS OF TIME PARAMETERS AND STATIONARITY ASSESSMENT OF HOURLY CATEGORICAL SERIES

Kiria T., Nikolaishvili M., Chkhaidze T.

Abstract

The article presents a statistical analysis of discrete categorical time series. ADF and KPSS tests, trend-stationary models, Markov chain analysis, seasonality estimation, and correlations with astronomical parameters – day length and moonlight – are used. The results show that the series are neither strictly stationary nor unit-rooted; their most correct description is given by trend-stationary processes.

Key words: Time series, trend-stationary processes, statistics.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ И ОЦЕНКА СТАЦИОНАРНОСТИ ЧАСОВЫХ КАТЕГОРИАЛЬНЫХ РЯДОВ

Кириа Т., Николаишвили М., Чхаидзе Т.

Реферат

В статье представлен статистический анализ дискретных категориальных временных рядов. Используются тесты ADF и KPSS, тренд-стационарные модели, анализ цепей Маркова, оценка сезонности и корреляции с астрономическими параметрами – продолжительностью дня и лунным светом. Результаты показывают, что ряды не являются ни строго стационарными, ни единично-корневыми; их наиболее точное описание дается тренд-стационарными процессами.

Ключевые слова: Временные ряды, тренд-стационарные процессы, статистика.