

მსხვილმასშტაბოვანი ატმოსფერული გრიგალების ფაზურ პორტრეტებთან დაკავშირებით კერესელიძე ზ.

*ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მიხეილ ნოდია სახელობის გეოფიზიკის ინსტიტუტი*

შესავალი

არსებობს მოწესრიგებული მოძრაობის ქაოტურში გადასვლის სხვადასხვა სცენარები, რომელთა სათავეა ლანდაუს მოდელი და მისი განვითარება – რუელტაკენის მოდელი. ამ სცენარების მიხედვით ლამინარული ჰიდროდინამიკური მოძრაობის ფაზიდან ტურბულენტურ (ქაოტურ) ფაზაში გადასვლა ხდება ე.წ. ხოფის ბიფურკაციების უსასრულო კასკადის საშუალებით. მაგალითად, გიგანტური ატმოსფერული გრიგალის (ქარბორბალა, ტორნადო) შემთხვევაში ეს პროცესი ნიშნავს, რომ გრიგალის არეში გენერირებული ტურბულენტური პულსაციების ინტენსივობა, ანუ ხოფის ბიფურკაციების უსასრულო მიმდევრობით გამოწვეული დისკრეტული სიხშირული სპექტრის სიმძლავრე, კასკადური გაორმაგებების გამო, ფართოვდება, თანდათან უწყვეტი ხდება და მიისწრაფის გარკვეული ზღვარისაკენ. ამ პროცესის საწყის ეტაპზე ზვავისებურად ზრდადი სიხშირეების სპექტრის სიმძლავრე თანდათან მიიღევა, რაც, ატმოსფერული გრიგალის კონკრეტულ შემთხვევაში, მის დისიპაციას ნიშნავს. ლანდაუს მოდელისაგან განსხვავებით, რუელტაკენის მოდელში ქაოსში გადასვლა საწყისი რეგულარული (ლამინარული) მოძრაობიდან გაცილებით სწრაფად ხდება ე.წ. „უცნაური ატრაქტორის“ ფაქტორის მოქმედების გამო. ამ ფაქტორის არსებობა ლამინარულად მოძრავი სითხით გლუვი ზედაპირების გარსდენის ამოცანაში დაკავშირებულია კრიტიკული წერტილის არეში ნავიე-სტოქსის განტოლების ანალიზური ამონახსნების სინგულარობასთან.

უწყვეტი გარემოს დინების სპეციფიკაზე და მისგან გამომდინარე მათემატიკურ გართულებებზე ადექვატურ წარმოდგენას იძლევა ფაზური სივრცე, რადგანაც მისი საშუალებით ხდება დინების წირების ყოფაქცევის ვიზუალიზაცია გარსდენადი ზედაპირის კრიტიკული წერტილის არეში. ქარბორბალასა და ტორნადოს თეორიული მოდელირების პრობლემა აბსტრაქტულია. ეს დასკვნა ზოგადია და შეეხება როგორც ამოცანის დასმას, ასევე მისი გადაწყვეტისათვის გამოყენებულ მეთოდიკებს. ეს შენიშვნა სამართლიანია აგრეთვე მოცემულ ნაშრომთან მიმართებაშიც, რომელიც წარმოადგენს ქარბორბალასა და ტორნადოს შორის ტოპოლოგიური მსგავსების წარმოჩინების ცდას ფაზურ სივრცეში მარტივი წრფივი სისტემების განსაკუთრებული წერტილების მეთოდის გამოყენებით. ქარბორბალა და ტორნადო ისეთი სტოქასტური ატმოსფერული მოვლენებია, რომელთათვისაც სტაბილური მახასიათებელი ელემენტების არსებობა და მათი სრულფასოვანი მოდელირება პრაქტიკულად შეუძლებელია. ამიტომ, აბსოლუტურად ქაოტური მოვლე-

ნის ფონზე, ლამინარულად მოძრავი გარემოსათვის მახასიათებელი დინების წირების მიახლოების გამოყენება არც თუ კორექტულია. თუმცა, გამამარტივებელი დაშვებების პირობებში, განსაკუთრებული სტრუქტურული ელემენტების (კრიტიკული წერტილი) არეში ქარბორბალისა და ტორნადოს ტოპოლოგიის მოდელირებისათვის, შესაძლებელია ინტერესს წარმოადგენდეს ფაზური პორტრეტების მეთოდი. ასეთი დაშვებადობის სამართლიანობის სასარგებლოდ შეიძლება ჩაითვალოს ის ფაქტი, რომ ეს არის საკმაოდ ცნობილი მათემატიკური მეთოდი, რომელიც გამოიყენება როგორც გადაუგვარებელი, ასევე გადაგვარებული მახასიათებელი დეტერმინანტის მქონე დიფერენციალური განტოლებების ანალიზისათვის. ასეთია, მაგალითად, ნავიე-სტოქსის განტოლება, უფრო ზუსტად, ამ განტოლების კომპონენტების (გეგმილების) სრული სისტემა, რომლის მახასიათებელი დეტერმინანტის გადაგვარება შესაძლებელია მხოლოდ გარსდენადი ზედაპირის კრიტიკული წერტილის მახლობლობაში, სასაზღვრო დენის წირებით შემოსაზღვრული „მოწყვეტის“ ზედაპირის არეში. ცნობილია, რომ აქ შეიძლება ჩამოყალიბდეს ისეთი ტოპოლოგიური სტრუქტურები, რომლებიც იძლევიან დენის წირების ასიმპტოტიკური მისწრაფებების მრავალფეროვან სურათებს. მათი სიმრავლე დამოკიდებულია ნავიე-სტოქსის განტოლების მახასიათებელი დეტერმინანტის საკუთარ რიცხვებზე.

ქარბორბალა, ტორნადო და ქაოსი. დინამიური სისტემა წარმოადგენს ისეთ ობიექტს ან პროცესს, რომლისთვისაც ცალსახად განისაზღვრება მდგომარეობის მცნება, როგორც გარკვეული რაოდენობრივი მახასიათებლების ერთობლიობა დროის რომელიმე მომენტში. ამასთან, მოცემული უნდა იყოს საწყისი მდგომარეობის დროში ევოლუციის განმსაზღვრელი კანონი ან მასთან მიახლოებული სქემა. მხოლოდ ასეთი პირობის დაცვის შემთხვევაში იქნება მათემატიკური თვალსაზრისით კორექტული ნებისმიერი ფიზიკური პროცესის მოდელირება. მაგალითად, მსხვილმასშტაბოვანი ატმოსფერული გრიგალების აქამდე ცნობილი თვისობრივ-რაოდენობრივი მოდელები, როგორც წესი, წარმოადგენენ მრავალრიცხოვანი მეტეოროლოგიური მონაცემების ინტერპრეტაციის შედეგს. მიუხედავად ამისა, მორფოლოგიური ანალიზის შედეგებისა და თეორიული წარმოდგენების სრულფასოვანი გაერთიანება ერთიანი თეორიის ფარგლებში მაინც ვერ ხერხდება. ამის მთავარი მიზეზია გიგანტური ატმოსფერული გრიგალების დროში და სივრცეში ევოლუციის პროცესის არაცალსახობა. თუმცა, ფიზიკური პროცესის ხასიათის თვალსაზრისით, არსებობს გარკვეული მსგავსება ერთნაირი თერმოდინამიკური ბუნების მქონე ორ მოვლენას, ქარბორბალასა და ტორნადოს, შორის. მაგალითად, ქარბორბალას იწვევენ დედამიწის არაერთგვაროვნად ცხელი ზედაპირიდან აღმავალი ჰაერის ნაკადები. ამ ლოკალური ატმოსფერული პროცესის განვითარების დროს ჰაერის ცირკულაციის ინტენსივობა მკვეთრად იზრდება ქარბორბალას პერიფერიიდან მისი ცენტრისაკენ, რომელშიც ბრუნვითი მოძრაობის სიჩქარე მნიშვნელოვნად იზრდება. მისი მახასიათებელი სიდიდე ჩვეულებრივ აღწევს რამდენიმე ათეულ მეტრს წამში. დედამიწის ზედაპირიდან წარტაცებული მტვრის ნაწილაკების კვალი აჩვენებს, რომ ქარბორბალას შიგნით ჰაერის მასის მოძრაობა აღმავალია და ხრახნისებური ბრუნვის ხასიათს ატარებს. გარკვეული დროის განმავლობაში ქარბორბალა რეგულარულ ფორმას ინარჩუნებს, რის გამო მისი სივრცეში გადაადგილების სურათი საკმაოდ ექვემდებარება მექანიკური მოძრაობის კანონებს. მსგავსი რამ არ ახასიათებს ტორნადოს, რომელიც წარმოადგენს გიგანტური სივრცული მასშტაბების მქონე განსაკუთრებულ ბუნებრივ ფენომენს. მისი ჩასახვა, ქარბორბალასაგან

განსხვავებით, ხდება ე.წ. „დედა“ ღრუბელში, საიდანაც ტორნადოს სხეული დედამიწისაკენ ეშვება გრძელი „ხორთუმის“ სახით. ტორნადოს შიგნით ჰაერი ბრუნავს განსაკუთრებით დიდი ხაზოვანი სიჩქარით, რომელიც შეიძლება ერთი რიგითაც კი აღემატებოდეს ჩვეულებრივი ქარბორბალასთვის დამახასიათებელ სიჩქარეს. ტორნადოს გააჩნია ე.წ. „თვალი“, ატმოსფერული მასის სტაგნაციის არე, ანუ უძრაობის (შტილის) ზონა. ქარბორბალასაგან განსხვავებით, მისი პირველწყარო, „დედა“ ღრუბელი, წარმოადგენს მცირე ზომის ქარიშხლის არეს, რომელსაც სივრცეში აქვს სპირალური სტრუქტურა, მიმართული ღრუბლიდან დედამიწისაკენ. მახასიათებელი სივრცული მასშტაბებიდან გამომდინარე, ქარბორბალა, ენერგეტიკული თვალსაზრისით, შეიძლება მივაკუთვნოთ ატმოსფერული თერმოდინამიკური სისტემის ლოკალური შეშფოთების შედეგს. ამ დროს გიგანტური ზომის მქონე ტორნადო ქარბორბალაზე შეუდარებლად მძლავრია და მისი დამანგრეველი მოქმედება გაცილებით უფრო მასშტაბურია. ამიტომ, ფიზიკური თვალსაზრისით, ტორნადოს შემთხვევაში საქმე გვაქვს არა ატმოსფეროს ლოკალურ შეშფოთებასთან, არამედ ექსტრემალური მახასიათებლების მქონე ღია თერმოდინამიკური სისტემის წარმოქმნასთან დიდი ხაზოვანი მასშტაბების მქონე სივრცეში. სავარაუდოდ, შესაძლებელია, რომ სწორედ ამიტომ არ არსებობს ტორნადოს, როგორც განსაკუთრებით კატასტროფული ბუნებრივი მოვლენის, ადექვატური თეორია. მაგალითად, ასახსნელია, თუ რატომ დაიკვირვება ტორნადოს „თვალის“ მახლობლობაში მასთან შედარებით გაცილებით უფრო მცირე სივრცული მასშტაბების მქონე გრიგალების ერთობლიობა [1-5].

განსხვავებული გენერაციის მექანიზმებისა და სივრცული მასშტაბებისა მიუხედავად, თუ გლუვი ზედაპირების ჰიდროდინამიკური გარსდენის თეორიას მოვიშველიებთ, აშკარაა, რომ ტოპოლოგიური თვალსაზრისით ფაზურ სივრცეში არსებობს გარკვეული მსგავსება ქარბორბალასა და ტორნადოს მახასიათებლებს შორის. ქვემოთ ნაჩვენები იქნება, რომ ასეთი მსგავსება შესაძლებელია თვისობრივად ახსნილი იყოს ლამინარული უკუმშვადი გარემოს მიახლოებაში, რომელთანაც გაიგივებულია მოძრავი ატმოსფერული მასა. კერძოდ, საკითხი ეხება დინების წირების მიახლოებაში ქარბორბალასა და ტორნადოს ვირტუალური ტოპოლოგიური სურათების მსგავსებას მათი კრიტიკული წერტილების არეში.



ნახ.1. ქარბორბალა.

ტოპოლოგიური მსგავსება ქარბორბალასა და ტორნადოს შორის. ქარბორბალას ენერგიის წყარო არის თბილი ჰაერის არაერთგვაროვნად მბრუნავი აღმავალი ნაკადი. ქარბორბალას ცენტრალური, სტრუქტურულად ტოროიდალური სხეულის მსგავსი, ნაწილი, ე.წ. „ხორთუმი“, დედამიწის ზედაპირიდან მკვეთრად მიისწრაფის ზევით და საკმაოდ მაღლა ჰორიზონტალურად იშლება. ამასთან, მხედველობაში მისაღებია, რომ ქარბორბალა რეალურად ატმოსფეროში ისახება, და არა დედამიწის ზედაპირზე. მისი განვითარების საწყისი მიზეზი ღრუბელში მიმდინარე თერმოდინამიკური პროცესია. დროთა განმავლობაში ქარბორბალაში შექოვილი ჰაერი, მასში შერეული ორთქლის კონდენსაციის შედეგად, ცივდება და დაბლა ეშვება, თუმცა, ჰაერის მასა, მისი სიმკვრივის ზრდის მიუხედავად, განაგრძობს ბრუნვას წარმოსახვითი ვერტიკალური ღერძის ირგვლივ. ქარბორბალა, ისევე, როგორც ტორნადო, საკმარისი მდგრადობით ხასიათდება და დედამიწის ზედაპირზე საკმაოდ დიდ მანძილებზე გადაადგილებისას გარკვეული ხნის განმავლობაში ინარჩუნებს ძაბრისებურ სტრუქტურას. ამ დროს შექოვილი მასის ბრუნვის ხაზოვანი სიჩქარე ქარბორბალას პერიფერიიდან მისი „ხორთუმის“ (ძაბრის ყელი) მიმართულებით 10მ/წმ მახასიათებელი სიდიდიდან ნახევარი რიგით და უფრო მეტადაც შეიძლება გაიზარდოს. ენერგეტიკული თვალსაზრისით ქარბორბალასთან შედარებით არათანაზომიად ძლიერი, გიგანტური ზომების მქონე სტოქასტიკური ბუნების ქარიშხლის, ტორნადოს, გენერაცია ჩვეულებრივ მსოფლიო ოკეანეში (იშვიათად, დიდი წყალსაცავების არეში) ხდება. ტორნადო, ქარბორბალას მსგავსად, როგორც კატასტროფული ბუნებრივი მოვლენა, მორფოლოგიური თვალსაზრისით საკმაოდ კარგად არის შესწავლილი, ხოლო მისი დამანგრეველი ქმედებების შედეგები მრავალგზის დეტალურად არის გაანალიზებული. მიუხედავად ამისა, ამ ატმოსფერული მოვლენის სრულფასოვანი თეორიული მოდელირება დაკავშირებულია გადაულახავ მათემატიკური ხასიათის პრობლემებთან [4,5]. ასეთი ვითარება იმ თერმოდინამიკური ფაქტორების ვარიაციულობის შედეგია, რომელთა ერთობლივი მოქმედება აყალიბებს ტორნადოს გენერაციის ხელშემწყობ ფიზიკურ პირობებს. ზოგადად, ტორნადოს თეორიული მოდელირების ამოცანა დაკავშირებულია სამგანზომილებიანი თერმო-გაზოდინამიკური მოძრაობის განტოლებათა სისტემის ქვაკუთხედური ამოცანის ამოხსნასთან რეალური გარემოს დინამიკისათვის დამახასიათებელ საწყის და სასაზღვრო პირობებში. ჯერჯერობით, ასეთი ამოცანის ცალსახად გადაწყვეტა აღემატება თანამედროვე ანალიტიკური მეთოდებისა და კომპიუტერული ტექნიკის შესაძლებლობებს [5]. თუმცა, გარკვეული დაშვებების პირობებში, შესაძლებელია მსგავსი განსაკუთრებით პრობლემური ამოცანის გამარტივებული ვარიანტების გამოკვლევა. ასეთ შემთხვევათა შორის, თვისობრივი დასკვნების თვალაჩინოების თვალსაზრისით, საკმაოდ სასარგებლოდ წარმოგვიდგება ფაზური სივრცის მეთოდი. ცნობილია, რომ ის იძლევა მეორე რიგის დიფერენციალური განტოლებების გაწრფივებული სისტემების ანალიზური ამონახსნების ასიმპტოტიკური ყოფაქცევის საკმაოდ თვალსაჩინო წარმოდგენებს უწყვეტი ტანის დინების წირების ყოფაქცევის ტოპოლოგიური სურათების საშუალებით [6,7].

გაწრფივების ოპერაცია ეყრდნობა დაშვებას, რომ მოძრაობის პროცესის აღმწერ არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებებში შეიძლება დავტოვოთ მხოლოდ პირველი რიგის სიმცირის წევრები კოორდინატებისა და სიჩქარის მცირე შემფოთებების მიმართ. მაგალითად, გლუვი ზედაპირების კრიტიკული წერტილის მახლობლობაში ჰიდროდინამიკური

გარსდენის პრობლემა ჩვეულებრივ დაკავშირებულია ნავიე-სტოქსის განტოლების ამოხსნასთან. მიუხედავად იმისა, რომ ამ განტოლების სრულფასოვანი ანალიზური ამოხსნა, მარტივი შემთხვევების გარდა, შეუძლებელია, მისი ზოგიერთი კერძო ამონახსნის მიღება შესაძლებელია საწყისი განტოლების გაწვრივების შედეგად. ასეთი ამონახსნების მდგრადობის შეფასება თვისობრივად შეუძლებელია, მაგალითად, ლიაპუნოვის ან ფაზური სივრცის მეთოდებით.

ფაზური სივრცის მეთოდის პრინციპი. დინამიკური სისტემების აღმწერი განტოლებები ჩვეულებრივ არაწვრივია, რის გამოც მათი ამონახსნების მდგრადობის შესაფასებლად აუცილებელია გაწვრივების (ლინეარიზაცია) ოპერაციის ჩატარება. ეს ნიშნავს, რომ განტოლებებში ტოვებენ მხოლოდ მცირე პარამეტრის მიმართ პირველი რიგის წევრებს. ასეთი გზით გაწვრივებული დიფერენციალური განტოლებები ითვლებიან პირველი მიახლოების განტოლებებად [6,8]. ფაზურ სივრცეში დიფერენციალური განტოლებების გაწვრივებული სისტემის მდგრადობის გამოკვლევა ხდება ფაზური პორტრეტების აგების გზით. ამ მეთოდის საშუალებით შესაძლებელია ანალიზური ამონახსნების ასიმპტოტიკური ყოფაქცევის შესწავლა მათი ცხადი სახით წარმოდგენის გარეშე. შესაბამისად, ფაზური სივრცე წარმოადგენს საკმაოდ მოხერხებულ არეს გაწვრივებული დიფერენციალური განტოლებების სისტემის ამონახსნების თვისობრივი ანალიზისათვის.

ზოგადად, დინამიური სისტემის ფაზური პორტრეტი წარმოადგენს ფაზური ტრაექტორიებისა და ფაზური სიბრტყის ისეთი სტრუქტურული ელემენტების ერთობლიობას, რომლებიც ვიზუალურად ასახავენ საწყისი არაწვრივი სისტემის გამარტივების შედეგად მიღებული ამონახსნის თვისებებს. კერძოდ, ფაზური პორტრეტების დახმარებით, დამატებითი განმარტებების გარეშე, შესაძლებელია გაკეთდეს დასკვნები გაწვრივებული განტოლებათა სისტემის შემდეგი თვისობრივი მახასიათებლების შესახებ: სისტემის წონასწორული მდგომარეობების რაოდენობის განსაზღვრა; სისტემის მოძრაობის ხასიათის განსაზღვრა თითოეული წონასწორული მდგომარეობის მახლობლად; წონასწორული მდგომარეობების მდგრადობის შეფასება; სისტემის პერიოდული მოძრაობის არსებობის შესაძლებლობა (შეუძლებლობა); განსხვავებული ხასიათის ფაზური ტრაექტორიების არსებობა, რაც ნიშნავს, რომ მეორე რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლების კოეფიციენტების ცვლილების შემთხვევაში შესაძლებელია წარმოიქმნას ფაზური პორტრეტების ისეთი სიმრავლე, რომელიც შეესაბამება დინამიური სისტემის სხვადასხვა ხასიათის თავისუფალ მოძრაობას. ქვემოთ ნაჩვენები იქნება, რომ სწორედ ასეთი მახასიათებლების არსებობის ჩვენება წარმოადგენს მოცემული ნაშრომის მიზანს.

ფაზური სივრცე, ანუ მდგომარეობათა სივრცე, ზოგადად წარმოადგენს n -განზომილების მქონე წრფივ სივრცეს, რომელშიც მდგომარეობის ვექტორის კომპონენტები წარმოადგენენ კოორდინატებს. წერტილი ითვლება საწყისად, თუ ის შეესაბამება გარკვეულ საწყის პირობებს ან დროის კონკრეტულ მომენტს. ამიტომ, ასეთი ფაზური (ე.წ. წარმომქმნელი) წერტილი ფაზურ სიბრტყეზე აღნიშნავს წონასწორობის მდგომარეობას დროის მოცემულ მომენტში. დროთა განმავლობაში, $t=0$ მომენტიდან $t \rightarrow \infty$ -მდე, კონკრეტული წარმომქმნელი წერტილის კვალი ფაზურ სიბრტყეზე წარმოადგენს ფაზურ ტრაექტორიას. ფაზური სიჩქარე არის ვექტორი, რომელიც განსაზღვრავს წარმომქმნელი წერტილის მოძრაობის მიმართულებას ფაზურ სივრცეში. განსაკუთრებულად ითვლება ისეთი წერტილი, რომე-

ლშიც ფაზური სიჩქარე ნულის ტოლია. განასხვავებენ ფაზური ტრაექტორიის ორ ტიპს: ჩაკეტილს (შეესაბამება სისტემის პერიოდული ხასიათის მოძრაობას) და ღიას (შეესაბამება არაპერიოდულ მოძრაობას). ღია ფაზური ტრაექტორიები იწყებიან საწყის წერტილში და მიისწრაფებიან შემდეგი მიმართულებებით: უსასრულობისკენ; ან რომელიმე განსაკუთრებული წერტილისაკენ; ან ჩაკეტილი ტრაექტორიისაკენ [7].

განსაკუთრებული წერტილები ფაზურ სივრცეში. სამგანზომილებიანი ლამინარული ჰიდროდინამიკური დინების ამოცანების გადაწყვეტა რიგ შემთხვევებში მოითხოვს გარსდენადი ზედაპირის მახლობლად სითხის ლამინარული დინების მახასიათებელი დინების წირების ტოპოლოგიის ანალიზს. ამ თვალსაზრისით განსაკუთრებით საინტერესოა დინების წირების ყოფაცევა კრიტიკული წერტილების მახლობლად, ანუ იქ, სადაც შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს დენადი გარემოს სტაგნაციას და დინების წირების გარსდენადი ზედაპირიდან „მოწყვეტის“ ეფექტს. განმარტების თანახმად, „მოწყვეტის“ ზედაპირი წარმოადგენს სივრცის სხვადასხვა არედან მოძრავი ნაკადების განცალკევების ზედაპირს. გარსდენის პროცესში ზედაპირის მახლობლად ყალიბდება ორი განსხვავებული არე: გარე ზონა, სადაც დინება იდეალურად შეიძლება ჩაითვალოს; უშუალოდ ზედაპირის მახლობელი არე, რომელშიც მჟღავნდება სითხის სიბლანტის ეფექტი. მონოგრაფიაში [9] ნაჩვენებია იყო, რომ, რადგანაც ნავიე-სტოქსის სრული განტოლების მახასიათებელი დეტერმინანტი განიცდის გადაგვარებას $\Omega(x,y,z)$ „მოწყვეტის“ ზედაპირის კონფიგურაციის წარმოქმნელი დინების წირების გასწვრივ, ეს ზედაპირი ემორჩილება განტოლებას

$$V_x \frac{\partial \Omega}{\partial x} + V_y \frac{\partial \Omega}{\partial y} + V_z \frac{\partial \Omega}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

სადაც V_x, V_y, V_z – მოძრავი გარემოს სიჩქარის კომპონენტებია. სწორკუთხა კოორდინატთა სისტემის სათავე მოთავსებულია გლუვი ზედაპირის კრიტიკულ წერტილში, ხოლო x -ღერძი მიმართულია ვერტიკალურად ზევით.

(1) განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ $\text{grad} \Omega$ მიმართულია მართობულად $\Omega(x,y,z)=C$ ზედაპირის მიმართ, ანუ სიჩქარის ვექტორი დინების წირების „მოწყვეტის“ ზედაპირის მართობულია. (1) განტოლების ინტეგრირება იძლევა იმ ლამინარული დინების წირების ტრაექტორიების სურათს, რომლებიც გადიან რომელიმე საწყის პროფილზე. ეს ამონახსნი იქნება ცალსახა მხოლოდ მაშინ, თუ პროფილი მახასიათებელი არ არის. წინააღმდეგ შემთხვევაში, მცირე რაოდენობრივი ცვლილების გზით, (1)-ის ინტეგრირებით კვლავ მივიღებთ ზღვრული დენის წირების ტრაექტორიების ცალსახა სურათს [6, 7, 8].

ითვლება, რომ პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლებების ორი სისტემა ტოპოლოგიურად ექვივალენტურია, თუ არსებობს ისეთი ურთიერთ ცალსახა გარდაქმნა, რომლის საშუალებით შესაძლებელია ერთი სისტემის ფაზური პორტრეტის ტრანსფორმაცია მეორის ფაზურ პორტრეტში ისე, რომ დინების წირების ტრაექტორიების საწყისი ორიენტაცია არ შეიცვალოს. არსებობს წრფივი სისტემების საკმაოდ დიდი რაოდენობა, რომელთა მახასიათებელი $\det A \neq 0$. ითვლება, რომ ასეთი სისტემები მარტივია, თუ მათი დეტერმინანტების გადაგვარებას ადგილი არ აქვს. ასეთ შემთხვევაში, ორგანზომილებიანი სისტემების ფაზური პორტრეტების ალგებრული ტიპები შეიძლება დაჯგუფდეს ტოპოლოგიურად (თვისობრივად) ექვივალენტურ ოთხ კლასში შემდეგი განსაკუთრებული წერ-

ტილებით: მდგრადი, არამდგრადი, ცენტრი და უნაგირა განსაკუთრებული წერტილები. სამგანზომილებიანი სისტემების შემთხვევაში, თუ განტოლებათა სისტემა არ არის მარტივი ($\det A=0$), ზემოთ აღნიშნულ განსაკუთრებულ წერტილებთან ერთად, ჩნდება კიდევ ორი დამატება: სიბრტყის ყველა წერტილი უძრავია (მატრიცა A ნულოვანია), ან გვაქვს წრფე, რომელიც გადის კოორდინატთა სისტემის სათავეზე და შედგება უძრავი წერტილებისაგან [7].

გლუვი ზედაპირის გარსდენის ამოცანა სამგანზომილებიანია, ხოლო (1) განტოლების ამოხსნა შესაძლებელია მხოლოდ სიჩქარეთა ველის განსაზღვრის შემდეგ. ზოგადად, გარემოს სიჩქარის კომპონენტები დამოკიდებულნი არიან კოორდინატებზე და კრიტიკული წერტილის არეში მათ უნდა გააჩნდეთ უწყვეტი სასრულო წარმოებულები. შესაბამისად, იდეალური გარემოს შემთხვევაში, მოსახერხებელია სიჩქარის კომპონენტების მოდული წარმოდგენა მრავალწევრების საშუალებით [8]

$$V_x = a_1 x + b_1 y + c_1 z, V_y = a_2 x + b_2 y + c_2 z, V_z = a_3 x + b_3 y + c_3 z. \quad (2)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ გარემო შეიძლება ბლანტი იყოს, (2) წარმოდგენა მოსახერხებელია ისე შეიცვალოს, რომ გათვალისწინებული იყოს ნაკადის დამუხრუჭება არა მარტო კრიტიკულ წერტილში, არამედ მთელ გარსდენად ზედაპირზე. ამ ეფექტის მოდელირებისათვის გამოყენებული იყო შემდეგი არაწრფივი წარმოდგენა [9]

$$V_x = a_1 x^2, V_y = x(a_2 x + b_2 y + c_2 z), V_z = x(a_3 x + b_3 y + c_3 z). \quad (3)$$

ზოგადად, (2) და (3) წარმოდგენების კოეფიციენტები: $a_1, a_2, \dots, c_3$ ნებისმიერი სიდიდის მუდმივები შეიძლება იყოს. იდეალური უკუმშვადი გარემოს შემთხვევაში, უწყვეტობის განტოლებიდან გვექნება: $a_1 + b_2 + c_3 = 0$. ბლანტი სითხისათვის, ანუ (3) წარმოდგენის შემთხვევაში: $2a_1 + b_2 + c_3 = 0$.

სიჩქარის კომპონენტების ორივე წარმოდგენა, მრავალწევრებს შორის თვისობრივი განსხვავების მიუხედავად, ტოპოლოგიური თვალსაზრისით ერთნაირ შედეგს იძლევა. მართლაც, რადგანაც დინების წირების „მოწყვეტის“ განტოლება ერთგვაროვანია, არაწრფივი წარმოდგენის (3) ჩასმის შემდეგ შესაძლებელია მისი x კოორდინატის მიმართ ერთი რიგით დაქვეითება, ანუ განტოლება (1) კვლავ წრფივი წარმოდგენის შესაბამის ფორმას მიიღებს. ეს ნიშნავს, რომ ნებისმიერ შემთხვევაში $\Omega(x,y,z)$ „მოწყვეტის“ ზედაპირზე, ანუ კრიტიკული წერტილის არეში, დინების წირების მისწრაფება ტოპოლოგიურად იდენტური იქნება. (1) განტოლების მსგავსი პირველი რიგის კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა ფაზურ სივრცეში შესაძლებელია მახასიათებლების მეთოდით, ე.წ. დინების წირის განტოლების გამოყენებით [8,9]

$$\frac{dx}{V_x} + \frac{dy}{V_y} + \frac{dz}{V_z} = dt, \quad (4)$$

სადაც t - წარმოდგენს პარამეტრულ ცვლადს.

განტოლება (4) შეიძლება წარმოდგენილი იყოს უფრო კომპაქტურად, მატრიცული ოპერატორის გამოყენებით

$$\frac{dX}{dt} = AX, \quad A = \begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

სადაც $X = (x,y,z)$.

(5)-ის ტიპის სამგანზომილებიანი წრფივი განტოლებათა სისტემა, ორ განზომილებიანის მსგავსად, ითვლება მარტივად, თუ მისი $\det A \neq 0$, ხოლო A მატრიცას არ გააჩნია ნულოვანი საკუთარი რიცხვები. საწინააღმდეგო შემთხვევაში (5)-ის ამონახსნების შესაბამის ფაზურ ტრაექტორიებს შორის შეიძლება დამატებით არსებობდნენ, კრიტიკულის გარდა, სხვა განსაკუთრებული წერტილებიც. მაგალითად, კრიტიკული წერტილი გარსდენად ზედაპირზე, სტაციონარული მდგომარეობის წერტილები, აგრეთვე წონასწორობის მდგომარეობის შესაბამისი ერთ წერტილოვანი ტრაექტორიები.

განტოლებათა სისტემას (5) გააჩნია მახასიათებელი განტოლება $|A - \lambda I| = 0$, რომელშიც I არის ერთეულოვანი დიაგონალური მატრიცა, რომლის საკუთარი რიცხვები წარმოადგენენ კუბური განტოლების ფესვებს [8,9].

$$\lambda^3 - s_1 \lambda^2 + s_2 \lambda - s_3 = 0, \quad (6)$$

(6) განტოლების კოეფიციენტები განისაზღვრებიან A მატრიცის მინორების საშუალებით. მაგალითად, სიჩქარის კომპონენტების (3) წარმოდგენის შემთხვევაში გვექნება [10,11]

$$\begin{aligned} s_1 &= a_1 + b_2 + c_3 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3; \\ s_2 &= a_1 b_2 + b_2 c_3 - b_3 c_2 + a_1 c_3 = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_3; \\ s_3 &= A = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3. \end{aligned} \quad (7)$$

(7) გამოსახულებების საშუალებით კონკრეტულ შინაარსს იძენენ სიჩქარის კომპონენტების მრავალწევრებად წარმოდგენის რიცხვითი კოეფიციენტები. კერძოდ, მათი სხვადასხვა ნაკრებების შერჩევის საშუალებით შესაძლებელია გლუვი ზედაპირის გარსდენის როგორც სიმეტრიული, ასევე ასიმეტრიული, ჰიდროდინამიკური სურათების მოდელირება. მარტივად მისახვედრია, რომ ეს საკითხი პირდაპირ კავშირშია გარსდენადი ზედაპირის ოროგრაფიასთან. ცხადია, რომ მხოლოდ იდეალურად გლუვი ზედაპირის გარსდენა შეიძლება იყოს აბსოლუტურად სიმეტრიული. სხვა შემთხვევაში, მაგალითად, ქარბორბალას ან ტორნადოს სივრცეში გადაადგილების პროცესის მოდელირებისას, საჭიროა დედამიწის ზედაპირის სიმრუდის ეფექტის გათვალისწინება, რაც საკმაოდ მარტივია ფაზური სივრცის ფორმალიზმის ჩარჩოებში. მისი მოდელირება საკმაოდ მარტივად შეიძლება, მაგალითად, (3) წარმოდგენის საშუალებით, ანუ გარსდენადი ზედაპირის სიბრტყეში V_y და V_z სიჩქარეთა კომპონენტების რიცხვითი კოეფიციენტების ნიშნისა და სიდიდის ცვლილებით. ამ გზით, აგრეთვე, შესაძლებელია კრიტიკული წერტილის მახლობლად პირდაპირი და უკუდინებების შერევის ეფექტის მოდელირებაც.

დინამიკური სისტემების ფაზური პორტრეტების ასაგებად საჭიროა (5) განტოლების ე.წ. არასაკუთრივი წრფივი გარდაქმნა ახალ სისტემაში, რაც ხორციელდება სპეციალური T ოპერატორის საშუალებით [11]

$$dW/dt = IW, \quad (8)$$

სადაც ოპერატორი $I = TA^{-1}T^{-1}$ წარმოადგენს ე.წ. ჟორდანის მატრიცას. A ოპერატორის საკუთარი რიცხვებიდან: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, ე.ი. (6) განტოლების ფესვების რიცხვითი მნიშვნელობებიდან, გამოდინარე, ჟორდანის მატრიცას გააჩნია შვიდი შესაძლებელი კანონიკური ფორმიდან რომელიმე ერთი: I_1 -საკუთარი რიცხვები ნამდვილია და განსხვავებული; I_{21}, I_{22} -საკუთარი რიცხვები ნამდვილია და ორი მათგანი თანხვედბა; I_{31}, I_{32}, I_{33} -საკუთარი რიცხვები ნამდვილია და თანხვედენილი; I_4 - ორი საკუთარი რიცხვი კომპლექსურია. არასაკუთრივი

გარდაქმნა $I = TAT^{-1}$ ნიშნავს x, y, z კოორდინატთა სისტემის ცვლილებას ახალი სწორკუთხა სისტემით: w_1, w_2, w_3 . ეს ოპერაცია ხორციელდება x ღერძის მიმართ მობრუნების გზით. ამრიგად, ჟორდანის კვადრატული მატრიცის კონკრეტული ფორმა დამოკიდებულია (7) გამოსახულებებში შემავალი (3) წარმოდგენის კოეფიციენტების სიდიდესა და ნიშანზე [8].

განსაკუთრებული წერტილების კლასიფიკაცია. (7) გამოსახულებების საშუალებით კონკრეტულ შინაარსს იძენენ სიჩქარის კომპონენტების წარმოდგენაში შემავალი რიცხვითი კოეფიციენტები, რომლებიც, სიმეტრიულის გარდა, იძლევიან, აგრეთვე, გარსდენის ჰიდროდინამიკური სურათის სხვადასხვა ასიმეტრიული ვარიანტების მოდელირების საშუალებას. როგორც უკვე ავღნიშნეთ, ეს საკითხი კავშირშია გარსდენადი ზედაპირის ოროგრაფიასთან, რომელიც მხოლოდ იდეალურ შემთხვევაში არის აბსოლუტურად გლუვი, თანაც მუდმივი სიმრუდის, რომელსაც შეესაბამება სიმეტრიული გარსდენის სურათი. რეალური ზედაპირების გარსდენის შემთხვევაში უნდა დავუშვათ მათი სიმრუდის ცვლილება, რაც, დინების წირების „მოწყვეტის“ ეფექტის გამო, ასიმეტრიული გარსდენის მიზეზი უნდა გახდეს.

საკუთარი რიცხვების მნიშვნელობიდან გამომდინარე, არსებობს სხვადასხვა ტიპის განსაკუთრებული წერტილების ფართო კლასი. მაგალითად: თუ ყველა საკუთარი რიცხვი ნამდვილია და მათ ერთნაირი ნიშანი გააჩნიათ, გვაქვს მდგრადი ან არამდგრადი კვანძი; თუ საკუთარი მნიშვნელობები წარმოადგენენ კომპლექსურად შეუღლებულ სიდიდეთა ნაკრებს და მათ გააჩნიათ ერთნაირი ნიშნის რეალური ნაწილი, მაშინ განსაკუთრებული წერტილი წარმოადგენს მდგრად ან არამდგრად ფოკუსს; როცა საკუთარი რიცხვებს გააჩნიათ როგორც კომპლექსურად შეუღლებული, ასევე, ნამდვილი ნაწილები, გვაქვს მდგრადი ან არამდგრადი კვანძი, კვანძური ფოკუსი, ან უნაგირა-ფოკუსი.

განსაკუთრებული წერტილების ტიპი დამოკიდებულია ლინეარიზაციის მატრიცაზე, ანუ A ოპერატორის ფესვებზე. მაგალითად: 1) საკუთარი რიცხვები ნამდვილია და ერთი ნიშნის (უარყოფითი). ამ შემთხვევაში კოეფიციენტები: $S_1 < 0, S_2 < 0, S_3 < 0$ და განსაკუთრებული წერტილი მდგრადი კვანძია, ხოლო თუ ფესვები დადებითია, გვაქვს არამდგრადი კვანძი; 2) საკუთარი მნიშვნელობები წარმოადგენენ კომპლექსური რიცხვების ნაკრებს, რომელთაც გააჩნიათ ერთნაირი ნიშნის, მაგალითად, უარყოფითი, რეალური ნაწილი. ასეთ შემთხვევას შეესაბამება: $S_1 < 0, S_2 > 0, S_3 > 0$, ხოლო განსაკუთრებული წერტილი მდგრადი კვანძია. დადებითი რეალური ნაწილის შემთხვევაში გვექნება ფოკუსი; 3) საკუთარ რიცხვებს გააჩნია როგორც კომპლექსურად შეუღლებული, ასევე ნამდვილი მახასიათებლები, თანაც წარმოსახვითი ღერძთან მიმართებაში ერთ მხარეს. თუ ამ ღერძთან უახლოესი მახასიათებელი ნამდვილია, მაშინ განსაკუთრებული წერტილი მდგრადი ან არამდგრადი კვანძია, იმაზე დამოკიდებულებით, რომელ მხარეს, ღერძის მარჯვნივ თუ მარცხნივ, არის ეს მახასიათებელი. ზოგჯერ ასეთ განსაკუთრებულ წერტილს უწოდებენ კვანძ-ფოკუსს; 4) იგივე, რაც წინა შემთხვევაში, მაგრამ კომპლექსურად შეუღლებული მახასიათებლები იმყოფებიან უახლოეს მანძილზე წარმოსახვით ღერძთან. შესაბამისი განსაკუთრებული წერტილი წარმოადგენს მდგრად ან არამდგრად ფოკუსს; 5) თუ მახასიათებლები მდებარეობენ წარმოსახვითი ღერძის ორივე მხარეს, განსაკუთრებული წერტილი წარმოადგენს უნაგირის ტიპის წონასწორულ წერტილს. განასხვავებენ უნაგირს ნებისმიერი რეალური მახასიათებლისათვის და უნაგირა-ფოკუსს იმ შემთხვევაში, თუ გვაქვს კომპლექსურად შეუღლებული საკუთარი რიცხვები.

ჟორდანის მატრიცების სიმრავლიდან, ნახ.1-იდან გამომდინარე, ქარბორბალას ფუძის (განსაკუთრებული წერტილი) არეში დინების წირების ტოპოლოგიის ვირტუალური თვა-ლსაჩინოებისათვის განვიხილოთ ორი შემთხვევა :

1) არასაკუთრივი წრფივი გარდაქმნის შედეგად გვაქვს კანონიკური მატრიცა

$$I_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

რომლის საკუთარი რიცხვები ნამდვილია და ურთიერთ განსხვავებული. შესაბამისად, (8) განტოლებიდან გვექნება: $U_1 = C_1 e^{\lambda_1 t}$, $U_2 = C_2 e^{\lambda_2 t}$, $U_3 = C_3 e^{\lambda_3 t}$, სადაც C_1, C_2, C_3 – მუდმივებია, რომლებიც შეესაბამებიან დენის წირების გარკვეულ ოჯახებს. პარამეტრული ცვლადი t წარმოადგენს დროს. კრიტიკული წერტილის მახლობლობაში დინების წირები ქმნიან უნაგირა-კვანძის ტიპის ინტეგრალურ ზედაპირს, მდგრადი ან არამდგრადი ბრტყე-ლი კვანძით, იმის მიხედვით, თუ როგორია S_1, S_2, S_3 გამოსახულებებისა და A მატრიცის საკუთარი რიცხვების ნიშნები [8]. სიმარტივისათვის ნახ.2.1,2-ზე მოცემულია შესაბამისი ტოპოლოგიის მქონე განსაკუთრებული წერტილების ორგანზომილებიანი წარმოდგენა (სივრცული ტოპოლოგიური სურათების გეგმილები სიბრტყეზე). იმ შემთხვევაში, თუ საკუთარი რიცხვები ნამდვილია და უარყოფითი, ხოლო დრო მიისწრაფის უსასრულო-ბისაკენ, ყველა დინების წირის ტრაექტორია მიისწრაფის კოორდინატთა სისტემის სათა-ვისაკენ (კრიტიკული წერტილი), რომელშიც ადგილი აქვს მდგრად წონასწორობას. ასეთი სტრუქტურა ტორნადოს შემთხვევაში ალბათ შეიძლება იყოს მხოლოდ მისი „თვალი“, რომელიც ზოგჯერ საკმაოდ მდგრადია. თუ საკუთარი რიცხვები ნამდვილია, მაგრამ სხვადასხვა ნიშნის, სიბრტყეზე შეიძლება გვექონდეს უნაგირის ტიპის განსაკუთრებული წერტილი (ნახ.2. 6).

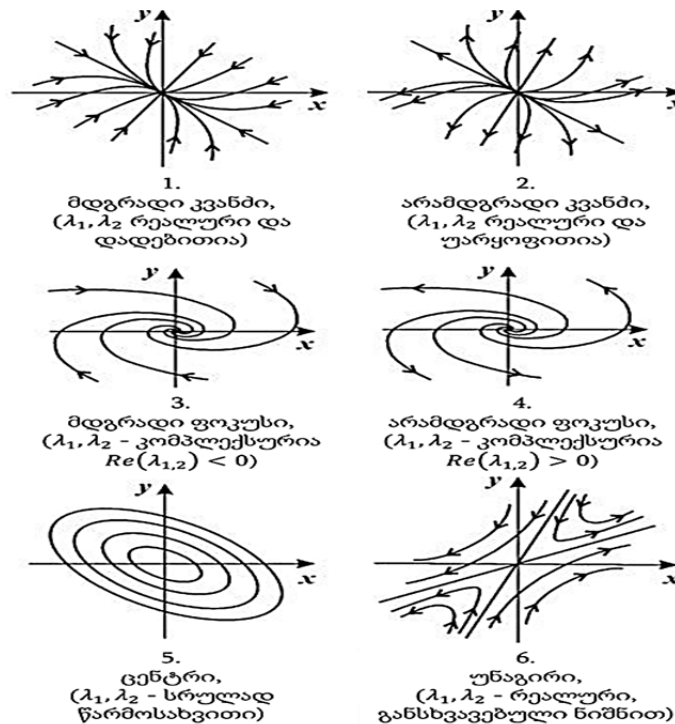
2) კანონიკური მატრიცის ორი საკუთარი რიცხვი კომპლექსურია

$$I_4 = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & Re \lambda_2 & Im \lambda_2 \\ 0 & -Im \lambda_2 & Re \lambda_2 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

შესაბამისად, (8) განტოლების ამონახსნია: $U = C_1 e^{\lambda_1 t}$, $r = C_2 e^{Re \lambda_2 t}$, $\varphi = Im \lambda_2 (t + C_3)$. ამ ამონახსნს, საკუთარი რიცხვების: λ_1 , და $Re \lambda_2$, ნიშნებიდან გამომდინარე, შეესაბამება ე.წ. უნაგირა-სპირალის ტიპის ინტეგრალური ზედაპირი, მდგრადი ან არამდგრადი ფოკუსით ნახ.2.3,4; თუ კომპლექსური რიცხვები ურთიერთ შეუღლებულია, ინტეგრალური ზედა-პირი შეიძლება წარმოადგენდეს მდგრად სივრცულ კვანძს, რომლისკენაც ორივე მხარი-დან მიისწრაფიან კონუსური სპირალები.

აღსანიშნავია, რომ ყველა ფაზურ პორტრეტს სივრცეში ახასიათებს ერთი ნიშანი – მათ გააჩნიათ სპირალური სტრუქტურა, რომლის არსებობა შეიძლება დავაკავშიროთ ბრუნვის ეფექტთან, რომელიც წარმოადგენს ნებისმიერი ატმოსფერული გრიგალის უმთავრეს მახასიათებელს.

3) ზემოთ განხილული ფაზური პორტრეტების გარდა, არსებობენ კიდევ სხვებიც, მა-გალითად: მდგრადი, არამდგრადი და გადაგვარებული კვანძები; მდგრადი და არამდ-გრადი ვარსკვლავური კვანძები; ცენტრი (ნახ.2.5), რომელიც, მდგრადი და არამდგრადი ფოკუსების მსგავსად, შესაფერისია ტორნადოს „თვალის“ ფაზური პორტრეტისათვის. მას შეესაბამება I_4 კანონიკური მატრიცა წმინდა წარმოსახვითი საკუთარი რიცხვებით.



ნახ. 2.

დასკვნა

ნაშრომში განხილულია ჰაერის (სითხის) დინების წირების შესაძლო ტოპოლოგიური სტრუქტურები ლამინარულ მიახლოებაში, ე.წ. „მოწყვეტის“ ზედაპირის მახლობლად, გარსდენადი ზედაპირის კრიტიკული წერტილის ფაზური პორტრეტების მეთოდის საშუალებით. მსგავსი ხერხი, უხეშ მიახლოებაში, ესადაგება, მაგალითად, გიგანტური სპორადიული ატმოსფერული გრიგალების კრიტიკული წერტილების, ქარბორბალას „ხორთუმის“ ძირისა და ტორნადოს „თვალის“, ტოპოლოგიას. კერძოდ, ფაზური პორტრეტების შესაძლო ტოპოლოგიური მრავალფეროვნებიდან, შესაფერისად შეიძლება მივიჩნიოთ ე.წ. უნაგირა-სპირალი ბრტყელი კვანძით და სივრცული უნაგირა-კვანძი. ეს ფიგურები, რომლებიც წარმოადგენენ ჰიდროდინამიკური კრიტიკული წერტილის გრაფიკულ ანალოგს ფაზურ სივრცეში, შეესაბამებიან ჟორდანის მატრიცის კონკრეტულ კანონიკურ ფორმებს. მათ მიერ სივრცეში შექმნილი ინტეგრალური ზედაპირების ანალიზის საშუალებით შესაძლებელია დინების წირების მისწრაფების ხასიათის თვალნათლივი მოდელირება, რაც ლამინარულ მიახლოებაში თვისობრივ წარმოდგენას იძლევა ქარბორბალისა და ტორნადოს სივრცული სტრუქტურის მსხვილმასშტაბოვან სურათზე. ამ თვალსაზრისით ჰიდროდინამიკური სიჩქარის კომპონენტების კოორდინატების მიმართ მრავალწევრებად წარმოდგენა xy სიბრტყეში ნიშნავს, რომ კრიტიკული წერტილის არეში მრავალწევრების რიცხვითი კოეფიციენტები განსაზღვრავენ გარსდენის სურათის სიმეტრიას. ამიტომ, ასიმეტრიული გარსდენის სხვადასხვა ვარიანტების მოდელირება შესაძლებელია რიცხვითი კოეფიციენტების ნიშნისა და სიდიდის ცვლილებით. ეს თავისთავად ნიშნავს ოროგრაფიის ფაქტორისა და კრიტიკული წერტილის მახლობლად პირდაპირი და უკუდინებების შერევის ეფექტის გათვალისწინებას. ზოგადად, აბსტრუქტული ფაზური პორტრეტების ფიზიკური ინტერპრეტაცია ხორციელდება ნავიე-სტოქსის განტოლების შესაბამისი კანონიკური მატრიცის არასაკუთრივი გარდაქმნის შედეგად მიღებული შვიდი განსხვავებული

ქორდანის მატრიცის საშუალებით. რიცხვითი კოეფიციენტების შერჩევის გზით, პრინციპულად შესაძლებელია, მაგალითად, ქარბორბალას ჩასახვისა და მოძრაობის პროცესზე დედამიწის ზედაპირის ოროგრაფიის გავლენის ეფექტის მოდელირება. ასეთ შემთხვევაში შეიძლება შესაფერისი იყოს კრიტიკული წერტილის აბსტრაქცია ისეთი მდგრადი უნაგირა-კვანძით ან უნაგირა-სპირალით, რომელიც იწყება ბრტყელ კვანძში და შემდგომში იშლება სივრცეში. უნდა აღინიშნოს, რომ, ქარბორბალასაგან განსხვავებით, ტორნადოს მსგავსი განსაკუთრებით რთული სპორადიული ატმოსფერული მოვლენის ტოპოლოგიური აბსტრაქცია, როგორც სჩანს, მოითხოვს ფაზური პორტრეტების უფრო ფართო სიმრავლის განხილვას.

ლიტერატურა – REFERENCES – ЛИТЕРАТУРА

1. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. М., Мир, 1986. 415 с.
2. Houze Jr. R.A. Clouds in tropical cyclones. Monthly Weather Review, Vol. 138, No. 2, 2010, pp. 293-344.
3. Руткевич П.Б., Руткевич Б.П., Комарова Н.Ю. Об атмосферных вихрях типа торнадо в модели аксиальной конвекции с влажным воздухом. Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса, 14, № 2, 2017, с. 221-229.
4. Мельников В. П., Смульский И. И. Механизмы атмосферных вихрей. Криосфера Земли, № 1, 1997, с. 87-96.
5. Алиев И. Н., Лятифов Р. Э. Простая модель механизма зарождения воздушных вихрей в атмосфере. Вестник Московского государственного областного университета, №2, 2023, с.6-19, DOI: 10.18384/2310-7251-2023-2-6-19.
6. Wang K.C. On the determination of the zones of influence and dependence for three-dimensional boundary layer equation. JFM, v.48, 1971, p. 540-556.
7. Молевич Н.Е. Нелинейная динамика. Из-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2007, 159 с.
8. Rein J.W. Classification and description of the singular points of a system of three linear differential equations. ZAMP, v.15, 1964, pp.14-59.
9. Шевелев Ю.Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М., Наука, 1977, 224 с.
10. Кереселидзе З.А. МГД эффекты конечной электрической проводимости солнечного ветра вблизи магнитосферы Земли. изд-во ТГУ, Тбилиси, 1986, 122 с.
11. Метьюз Дж, Уокер Р. Математические методы физики. М., Атомиздат, 1972, 399 с.

მსხვილმასშტაბოვანი ატმოსფერული გრიგალების ფაზურ პორტრეტებთან დაკავშირებით

კერესელიძე ზ.

რეზიუმე

მსხვილმასშტაბოვანი ატმოსფერული გრიგალების თვისობრივ-რაოდენობრივი მოდელები წარმოადგენენ მრავალრიცხოვანი მეტეოროლოგიური მონაცემების ინტერპრეტაციის შედეგს. ამასთან, მოცემული უნდა იყოს გრიგალის საწყისი მდგომარეობის დროში ევოლუციის რაღაც კანონი. მხოლოდ ასეთი შემთხვევაში იქნება მათემატიკური თვალსაზრისით კორექტული ქარბორბალას ან ტორნადოს მსგავსი გრიგალური ატმოსფერული მოვლენების მოდელირება. ამ მიზნით სასარგებლო შეიძლება იყოს გრიგალების ფაზური პორტრეტების ფიზიკური ინტერპრეტაცია. მაგალითად, გარსდენადი ზედაპირის კრიტიკული წერტილის მახლობლად ფაზური პორტრეტების წარმომქმნელი ე.წ. კანონიკური მატრიცის შესაძლო ტიპები შეიძლება განისაზღვროს მრავალწევრებად წარმოდგენილი ჰიდროდინამიკური სიჩქარის კომპონენტების საშუალებით. ამ მრავალწევრების რიცხვითი კოეფიციენტები განსაზღვრავენ გარსდენის სურათის სიმეტრიის ხასიათს. ამი-

ტომ, მათი კოეფიციენტების სიდიდისა და ნიშნის შერჩევის გზით პრინციპულად შესაძლებელია თვისობრივ დონეზე მსჯელობა ქარბორბალას ჩასახვისა და მისი მოძრაობის პროცესში დედამიწის ზედაპირის ოროგრაფიის გავლენის შესახებ. კერძოდ, კრიტიკული წერტილის მოდელირებისათვის შეიძლება შესაფერისი იყოს ტოპოლოგიური აბსტრაქცია მდგრადი უნაგირა-კვანძით ან უნაგირა-სპირალით. მათი წრმომქმნელი დინების წირები იწყება ბრტყელ კვანძში ან უნაგირზე და იშლება სივრცეში. ქარბორბალასაგან განსხვავებით, ტორნადოს ტოპოლოგიური აბსტრაქცია მოითხოვს გაცილებით უფრო მრავალფეროვანი ტიპების ფაზური პორტრეტების ცოდნას.

საკვანძო სიტყვები: ატმოსფერული გრიგალები, ტორნადო, ფაზური პორტრეტები.

ABOUT THE PHASE PORTRAITS OF LARGE-SCALE ATMOSPHERIC VORTICES

Kereselidze Z.

Abstract

Qualitative and quantitative models of large-scale atmospheric vortices are the result of the interpretation of numerous meteorological data. Also, a certain law governing the time evolution of the initial state of the vortex should be provided. Only in this case will the modeling of vortical atmospheric phenomena, such as a whirlwind or tornado, be mathematically correct. For this purpose, the physical interpretation of the phase portraits of the vortices can be useful. For example, the possible types of the so-called canonical matrix generating the phase portraits near the critical point of a body-enclosing surface can be determined by means of the hydrodynamic velocity components represented as polynomials. The numerical coefficients of these polynomials determine the nature of the symmetry of the flow pattern. Therefore, by selecting the magnitude and sign of their coefficients, it is in principle possible to qualitatively discuss the influence of the Earth's surface orography on the process of a whirlwind's inception and motion. Particularly, a topological abstraction with a stable saddle-node or saddle-focus may be suitable for modeling the critical point. Their generating streamlines start at a flat node or saddle and dissipate into space. Unlike a whirlwind, the topological abstraction of a tornado requires the knowledge of a much wider variety of phase portrait types.

Key words: atmospheric vortices, tornado, phase portraits.

К ВОПРОСУ ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ КРУПНОМАСШТАБНЫХ АТМОСФЕРНЫХ ВИХРЕЙ

Кереселидзе З.

Реферат

Качественно-количественные модели крупномасштабных атмосферных вихрей являются результатом интерпретации многочисленных метеорологических данных. При этом необходимо задать какой-либо закон эволюции во времени начального состояния вихря. Только в таком случае будет корректным моделирование атмосферных вихрей, подобных смерчу или торнадо. С данной целью возможно является полезным физическая интерпретация фазовых портретов вихрей. Например, возможные типы канонической матрицы, производящей фазовые портреты вблизи критической точки обтекаемой поверхности, можно определить при помощи компонент гидродинамической скорости, представленных в виде многочленов. Численные коэффициенты этих многочленов симметрию картины обтекания. Поэтому, путем выбора величины и знака коэффициентов принципиально возможно на качественном уровне судить о влиянии орографии земной поверхности на процесс зачатия и распространения смерча. В частности, для моделирования критической точки может оказаться уместной топологическая абстракция устойчивым седловым узлом или седловой спиралью. Линий тока, создающие эти фигуры, начинаются в плоском узле или седле и распространяются в виде спиралей. В отличие от смерча, для топологической абстракции торнадо необходимо знание более разнообразного набора типов фазовых портретов.

Ключевые слова: атмосферные вихри, торнадо, фазовые портреты.