

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСЕЙ В ЧЁРНОМ МОРЕ

Кордадзе А. А., Деметриашвили Д. И.

Институт геофизики им. М. Э. Нодия, 0193, Тбилиси, ул. Александра, 1

### 1. Введение

За последние десятилетия загрязнение становится региональной проблемой Мирового океана нефтепродуктами и другими высокотоксичными веществами антропогенного происхождения. В этом отношении особое место занимают внутренние водотоки, которые из-за малого водообмена с Мировым океаном, особо чувствительны к антропогенным нагрузкам. Сколько же, в первую очередь, можно отнести к Чёрному морю, загрязнение которого значительно прогрессирует [1-3]. Основными источниками загрязнения являются водный транспорт, сточные воды промышленных предприятий, выделяющие в море реки, атмосферные осадки, оседающие на поверхность моря разные примеси и др. Источниками загрязнения могут быть также техногенные аварии, при которых возможен резкий выброс большого количества нефти и других загрязняющих веществ в морской бассейн.

Изучение экологичности и прогноз распространения примесей в морях и океанах является одной из самых актуальных проблем современной оперативной океанографии, которая помимо экспериментальных методов исследования, требует широкого применения математических методов с целью создания адекватных моделей распространения примесей в водных бассейнах. Известно, что в изменении концентрации любой примеси, появившейся в море, играют с физико-химическими и биологическими факторами, большую роль играют гидродинамические факторы, связанные с переносом примеси течениями и её рассеянием турбулентными вихрями. Поэтому моделирование и прогноз распространения примеси есть комплексный вопрос, который требует знания циркуляционных параметров, эти параметры можно получить на основе моделей динамики моря. По этой причине математическое моделирование распространения примесей тесно связано с моделированием циркуляционных процессов.

Модели распространения примесей должны стать основой для оперативного получения информации о текущем и будущем состояниях морской среды, что даст возможность оптимизировать и проводить более эффективные мероприятия с целью сведения к минимуму негативных последствий загрязнения морской среды.

Моделированию распространения различных примесей в Чёрном море и других акваториях Мирового океана посвящён ряд работ (например, [4-13]). Эти вопросы широко рассмотрены также в монографиях [14-17].

Немаловажной экологической проблемой может окаться также нахождение источников загрязнения, когда его местоположение не известно. Хорошо известно, что Чёрное море (как и некоторые внутренние моря) иногда являлось местом захоронения сильно токсичных веществ. Такие захоронения, находящиеся в глубинных слоях моря, являются "бомбой замедленного действия". Со временем, в результате нарушения из-за коррозии герметичности корпусов, содержащих эти вещества, они могут стать причиной значительной катастрофы - отрывания большой части акватории моря. В некоторых случаях местоположения таких захоронений не известны. Нахождение таких источников с целью ихнейтрализации связано с проведением дорогостоящих экспериментальных работ. Поэтому, разработка теоретических методов установления местоположения источника позволит избежать больших финансовых затрат.

Важной проблемой для прибрежных зон морей является также изучение распространения твёрдых частиц рек, которые играют большую роль в процессах плажеобразования и формирования береговых линий [18, 19].

Разработанные нами модели динамики моря [20- 23] дали возможность рассмотреть ряд задач, связанных с моделированием распространения разливов промесей в Чёрном море. В настоящей статье представлены некоторые результаты моделирования распространения промесей в Чёрном море, полученные на основе двухмерных и трёхмерных математических моделей, а также математический метод установления местоположения источника, если известна концентрация загрязняющего вещества в некоторых точках морского бассейна[24- 31]. Задачи основанные на обычных и сопряжённых уравнениях переноса-диффузии, в компонентах скорости течения, входящие в эти уравнения, получались на основе моделей динамики Чёрного моря [20, 21]. Для численного решения этих уравнений используется двуциклический метод расщепления по координатным линиям [32, 33].

## 2. Моделирование распространения нефти на поверхности Чёрного моря

### 2.1 Описание модели

Численно моделируется распространение нефтяного загрязнения, появившегося в результате аварийного сброса нефти в большом количестве в открытой части Чёрного моря. С этой целью в двумерной области  $\Omega$  с боковой линией  $S$  используется двумерное уравнение переноса-диффузии

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u \phi}{\partial x} + \frac{\partial v \phi}{\partial y} + \sigma \phi = \frac{\partial}{\partial x} \mu_u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_v \frac{\partial \phi}{\partial y} + f$$

Со следующими граничными и начальными условиями:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{на } S,$$

$$\phi = \phi^0 \quad \text{при } t = 0,$$

Здесь - концентрация нефтяного загрязнения;  $\sigma$  - коэффициент диффузии, где  $T_0$  представляет собой интервал времени, в течение которого концентрация загрязнения уменьшается для раза из-за физико-химических и биологических процессов (парп., испарение нефти, седиментация, микробиологическое разложение и т. д.);  $f$  описывает распределение мощности источника, которая в случае точечного источника можно изобразить с помощью делта функции  $f = Q \delta(x - x_0) \delta(y - y_0)$ ,

где  $x_0$  и  $y_0$  - координаты местоположения источника. Коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии  $\mu_\phi$  рассчитывался по формуле, предложенной в [34].

Горизонтальные компоненты скорости течения  $u$  и  $v$ , которые рассчитывались на основе баротропной модели динамики моря [20] с использованием среднегодового климатического поля трапециoidalного напряжения трения ветра на поверхности Чёрного моря, удовлетворяли уравнению неразрывности, а нормальная к боковой поверхности скорость течения принималась равной нулю

### 2.2. Результаты численных экспериментов

Численные эксперименты были проведены в случае местоположения источника в разных точках акватории моря, когда в море разлилось 10000 или 100000 тонн нефти. Параметры задачи имели следующие значения:  $T_0 = 180$  дней, пространственный шаг  $\Delta x = \Delta y = 37$  км, в временной шаг  $\Delta t = 1$  ч.

Рис.1 иллюстрируют процесс распространения нефтяного загрязнения, когда нефть в количестве 100000 т разлившись в точке (в течение 10 часов), расположенной в северо-западной ветви основного чёрноморского течения (ОЧТ) с координатами  $44^\circ 11' \text{ с.ш.}$  и  $31^\circ 02' \text{ в.д.}$ , где течение направлено на юго-запад. Характер деформации нефтяной пленки хорошо соответствует характеру циркуляции Чёрного моря. Из рисунка видно, что в первые дни после разлива, под влиянием ОЧТ нефтяное загрязнение приближается к берегам Болгарии и Румынии, в то же время нефтяная пленка постепенно расширяется из-за диффузии.

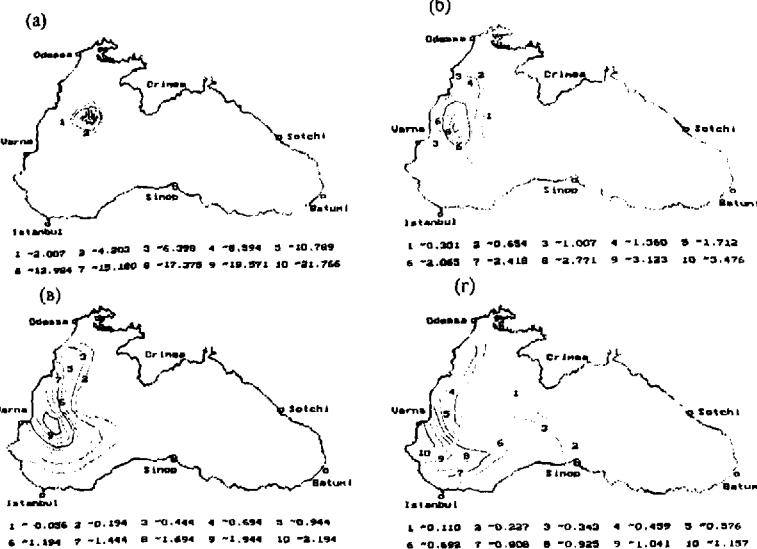


Рисунок 1. Изолинии концентрации нефти (в мг/л) в следующие моменты времени после аварийного разлива нефти: (а) – 2 дня; (б) – 10 дней; (в) – 15 дней; (г) - 30 дней. Координаты точки разлива  $44^{\circ}11'$  с.ш. и  $31^{\circ}02'$  в.д.

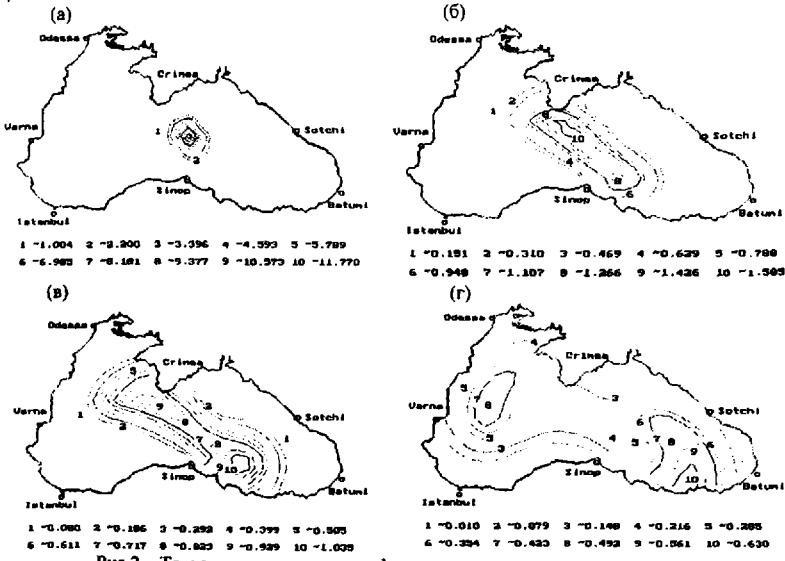


Рис.2. То же самое, что и на рис.1, но в случае точки разлива с координатами  $43^{\circ}11'$  с.ш. и  $34^{\circ}33'$  в.д.

Со временем зона нефтяной концентрации распространяется на восток и одновременно наблюдалась уменьшение концентрации, что обусловлено диффузионным расширением этой зоны

и физико- биохимической трансформаций, которая в модели учитывается с помощью параметра  $\sigma$

В другом численном эксперименте источник был локализован вне ОЧТ, приблизительно в центре бассейна (с географическими координатами  $43^{\circ}11'$  с. ш. и  $34^{\circ}33'$  в. д.), где разливалась нефть в количестве 100000 т в течение 10 часов. В этом случае характер распространения нефти отличается от предыдущего случая, но и в этом случае ОЧТ предопределяет особенности распространения нефти: северная ветвь ОЧТ уносит загрязнение на запад, а южная ветвь - на восток. Со временем в результате диффузационного расширения и биохимических превращений, концентрации нефти уменьшаются.

Проведённые численные эксперименты позволили сделать следующее заключение о характере распространения нефтяного загрязнения на поверхности Чёрного моря в случае аварийного разлива нефти в большом количестве в открытой части моря в условиях среднегодового поля течения:

1. циклонический характер циркуляции поверхностных вод Чёрного моря, а именно ОЧТ в значительной степени обуславливает основные особенности пространственно-временного распространения нефтяного загрязнения;

2. в течение нескольких десятков дней с момента аварийного разлива нефти, характер и масштаб распространения нефтяных концентраций в значительной мере зависят от того факта, в каком районе акватории моря произошла авария. Спустя примерно 1.5-2 месяца после аварийного разлива, процесс распространения нефтяных концентраций практически уже не зависит от местоположения нефтяного источника. Загрязнение распространяется по всей поверхности Чёрного моря и наблюдается тенденция выравнивания концентраций. При этом, нефтяные концентрации постепенно уменьшаются не только из-за диффузационного расширения, но и из-за физико-биохимической трансформации.

### 3. Моделирование распространения неконсервативной примеси по всему бассейну Чёрного моря

#### 3.1. Описание модели

Рассматривается пространственная задача распространения в водном бассейне неконсервативной примеси от точечного источника, которая основана на нестационарном трёхмерном уравнении переноса-диффузии

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u\varphi}{\partial x} + \frac{\partial v\varphi}{\partial y} + \frac{\partial w\varphi}{\partial z} + \sigma\varphi = \nabla \mu_\varphi \nabla \varphi + \frac{\partial}{\partial z} \nu_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial z} + f,$$

где

$$\nabla \mu_\varphi \nabla \varphi = \frac{\partial}{\partial x} \mu_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

В качестве граничных условий рассматривались однородные условия Неймана на поверхностях, ограничивающих область решения, а в начальный момент примесь отсутствовала. Компоненты скорости морского течения  $u$ ,  $v$  и  $w$  получались в результате реализации бароклинной модели динамики моря [21-23] и удовлетворяли уравнению неразрывности.

#### 3.2. Результаты численных экспериментов

На основе предложенной модели были проведены численные эксперименты по моделированию распространения неконсервативной примеси от точечного источника, расположенного в глубоких слоях Чёрного моря. Численные эксперименты отличались географическими координатами и глубиной расположения гипотетического источника (805, 1205, 2205 м). Во всех этих экспериментах радиоактивная примесь Стронций-90 ( $Sr^{90}$ ) непрерывно выделялась в морскую среду количеством 2000 кюри в год. Интегрирование уравнения переноса-диффузии происходило до установления динамического равновесия, которое достигалось спустя 39 модельных лет, и рассчитанные распределения концентраций анализировались к этому моменту времени.

Параметры задачи имели следующие значения:

$$\mu_\phi = 2.10^7 \text{ см}^2/\text{с}, \nu_\phi = 30 \text{ см}^2/\text{с}, \alpha = 0, \tau = 6 \text{ h}, T_0 = 28 \text{ лле}$$

Отметим, что такое значение  $T_0$  соответствует периоду полураспада радиоактивного изотопа Стронций-90.

На рис. 3 и 4 представлены результаты моделирования численного эксперимента, когда источник находился на глубине 1205 м в акватории г. Севастополя. На рис. 3 изображены изолинии концентраций примеси на горизонтах 1105 и 85 м, а на рис. 4 - в вертикальных сечениях, соседних к сечению, где расположен источник.

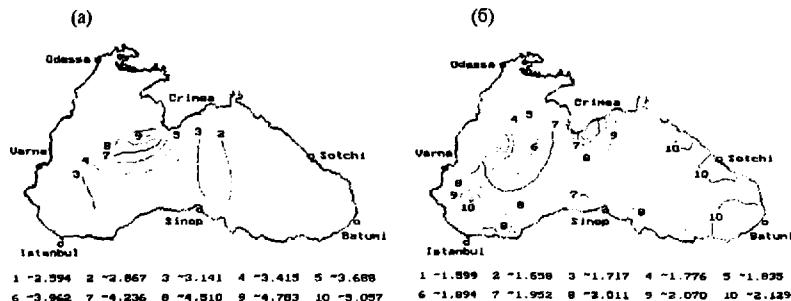


Рис.3. Концентрации  $Sr^{90}$  (Бк/м³) на горизонтальных плоскостях (а) - 1105 м; (б) - 85 м.  
Источник находился на глубине 1205 м.

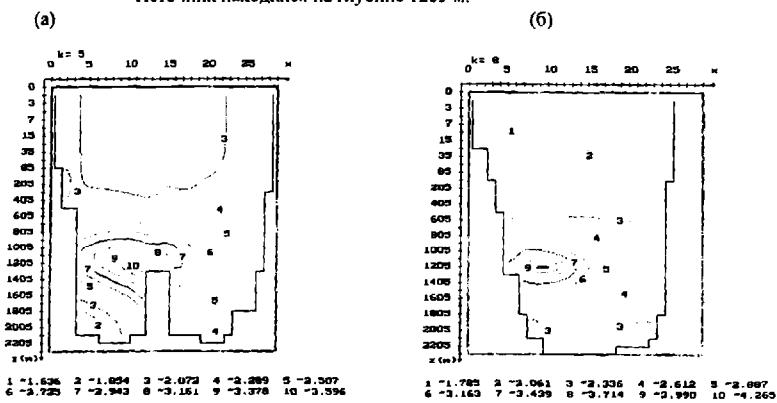


Рисунок 4. Концентрации  $Sr^{90}$  (Бк/м³) в вертикальных сечениях. Источник находился на глубине 1205 м.



Рис.5. Концентрации  $Sr^{90}$  (Бк/м³) на горизонтальных плоскостях (а) - 705 м; (б) - 85 м.  
Источник находился на глубине 805 м.

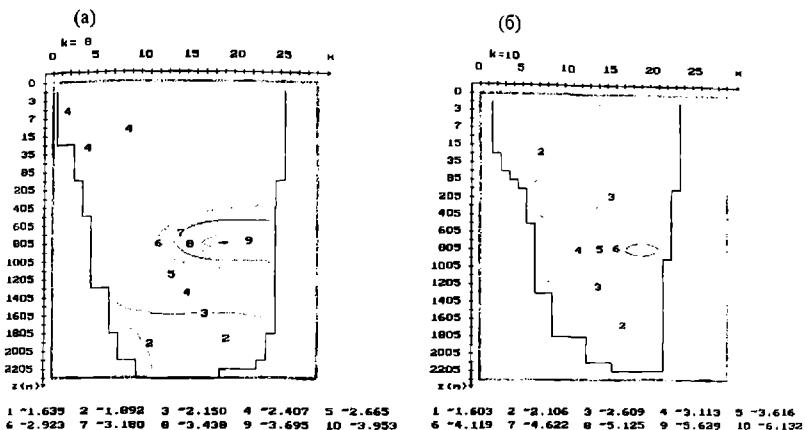


Рис.6. Концентрации  $Sr^{90}$  (Бк/м<sup>3</sup>) в вертикальных сечениях.

Источник находился на глубине 805 м.

Анализ проведённых численных экспериментов показал, что

- загрязняющее вещество под влиянием advективных и диффузионных процессов распространяется от глубокого источника по всем направлениям как по горизонтали, так и по вертикали. При этом значительная концентрация примеси (более 10% концентрации в точке расположения источника) может распространяться до самых верхних слоев моря даже от источника, расположенного в самых глубоких слоях. Поэтому, использование дна Чёрного моря в качестве места захоронения токсичных веществ недопустим;
- распределение концентраций примеси в верхнем, примерно 100 метровом слое, качественно одно и то же и практически не зависит от координат местоположения глубокого источника.

#### 4. Моделирование распространения твёрдых наносов р. Риони в прибрежной зоне Чёрного моря

Теоретически изучаются некоторые природные процессы в прибрежной зоне Чёрного моря в районе г. Поти на основе математического моделирования с использованием экспериментальных данных. Исследование этих процессов особенно важно для этой акватории, поскольку, как известно из экспериментальных исследований и исторических данных [18, 19], р. Риони всегда играла значительную роль в формировании береговой линии, как в далёком прошлом, так и в текущем периоде.

##### 4.1. Описание модели

Теоретическое изучение процессов распространения и седиментации твёрдых наносов р. Риони Проведено на основе комплексной системы моделирования, которая состоит из гидродинамического блока и блока переноса-диффузии примеси (рис.7). Гидродинамический блок в свою очередь состоит из модели общей циркуляции Чёрного моря и модели локальной циркуляции с очень высоким разрешением, вставленной в сетку модели общей циркуляции. Блок переноса-диффузии представляет собой нестационарную трёхмерную модель диффузии и седиментации с высоким пространственным разрешением.

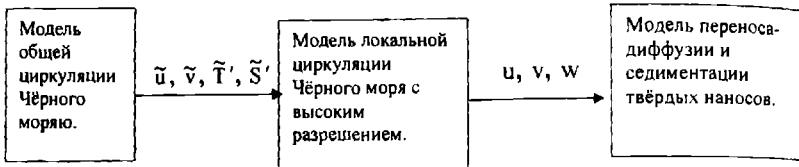


Рис. 7. Схематический рисунок комплексной системы моделирования распространения и седиментации твёрдых наносов.

Рассмотренная область в окрестности г. Поти отделена от остальной акватории моря жёлтой границей, где значения скорости, температуры и солёности рассчитываются из модели динамики моря для всего бассейна. Полученная информация на жёлтой границе используется в качестве граничных условий для модели локальной циркуляции с высоким разрешением в акватории г. Поти. Рассчитанные компоненты скорости течения используются в модели диффузии и седиментации, которая основана на трёхмерном уравнении переноса-диффузии субстанции с учётом гравитационного оседания

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u\phi}{\partial x} + \frac{\partial v\phi}{\partial y} + \frac{\partial (w + w_G)\phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \mu_\varphi \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_\varphi \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \nu_\varphi \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (4.1.1)$$

где  $\phi$  - объёмная концентрация жидких частиц,  $w_G$  - скорость гравитационного оседания частиц, которую можно определить по формуле Стокса:

$$w_G = \frac{2\rho_p g}{9\rho \nu} r_p^2$$

Здесь  $r_p$  - радиус частиц;  $\rho$  - плотность морской воды;  $\rho_p$  - плотность частиц;  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости морской воды.

Уравнение (4.1.1) решается с использованием следующих граничных и начальных условий:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 && \text{при } z = 0, \\ v_\varphi \frac{\partial \phi}{\partial z} &= \beta \phi && \text{при } z = H, \\ \phi &= 0 && \text{на } \Gamma, \\ \phi &= \phi^0 && \text{при } t = 0. \end{aligned}$$

Вертикальный поток примеси представлен в виде суммы двух слагаемых:

$$p = -v_\varphi \frac{\partial \phi}{\partial z} + \phi w_G, \quad (4.1.2)$$

где первое слагаемое представляет собой турбулентный поток примеси, а второе - поток, обусловленный гравитационной скоростью частиц.

Интегрируя (4.1.2) по горизонтальной площади D, получим суммарный поток примеси

$$p_C = - \iint_D v_\varphi \frac{\partial \phi}{\partial z} dx dy + w_G \iint_D \phi dx dy$$

С целью оценки деформации дна моря, нами рассчитывалась толщина осаждённой массы примеси  $h$  по формуле

$$h = \gamma \frac{p_t}{\rho_p}, \quad \text{где} \quad p_t = \int_0^T p dt \quad (4.1.3)$$

представляет собой массу наносов, проходящую через единичную площаь за время  $T$ .  $\gamma$  есть эмпирический коэффициент, который введён для учёта механического воздействия волн на массу наносов, осаждённых на дне.

#### 4.2. Результаты моделирования

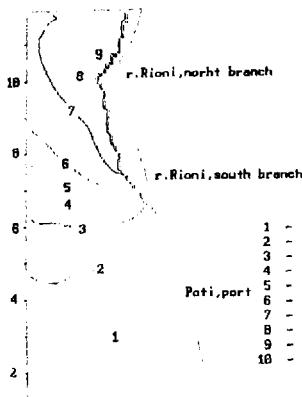
Прямоугольная область с размерами ( $5.9 \times 11.9$ ) км, которая охватывает акваторию г. Поти, покрывалась сеткой с горизонтальным шагом 100м, а по вертикали бралось 30 расчётных уровней с минимальным шагом 0.5 м у поверхности моря и максимальным – 35 м у глубокого дна (максимальная глубина – 274 м). Временной шаг равнялся 1 часу. Гравитационная вертикальная скорость частиц принималась равной 0,003 см/с, что согласно формуле Стокса соответствует частицам с радиусом примерно 0.0031 мм. Предполагалось, что частицы с таким радиусом составляют 60 % стока взвешенных наносов, которые между рукавами р. Риони распределяются следующим образом: 2/3 часть проходит через северный рукав, а остальная часть – через южный. Коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии принимался равным  $6 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{с}$ , а вертикальной  $v_\phi = 10 \text{ см}^2/\text{с}$ .

С помощью предложенной модели проведён численный эксперимент по сезонной изменчивости в течение одного модельного года. В начальный момент времени  $t = 0$  концентрация примеси в морской среде считалась нулевой, а счёт проводился на один модельный год. Начало счёта соответствовало 15 января. В расчётах использовались среднемноголетние месячные данные (1971-1984, 1988-1991 гг.) о расходе взвешенных наносов, выносимых р. Риони [18].

На рис.8 показано поле концентрации лёгкой фракции наносов р. Риони ( $w_G = 0,003 \text{ см}/\text{с}$ ) в прибрежной зоне на глубинах 1 и 5 м, соответствующее февралю. Результаты численного эксперимента показали, что поля распределения концентраций в разные сезоны года качественно сходны, но различаются, в основном, количественно и зависят от сезонной изменчивости расхода наносов р. Риони. Максимальная концентрация наносов наблюдается в мае, а минимальная – в сентябре.

Характерной особенностью распределения концентраций является то, что зоны высоких концентраций на верхних уровнях локализованы в устьевых областях южных и северных рукавов р. Риони. Как и следовало ожидать, морское течение, имеющее в приповерхностном слое северо-западное, северное или северо-южное направление в течение года, способствует переносу наносов на север и следовательно, наносы в меньшем количестве распространяются в сторону порта – в южном направлении их концентрации постепенно уменьшаются. Наблюдается также уменьшение концентраций с глубиной во все периоды года. Нами моделировалось распространение взвешенных частиц и в том случае, когда южный рукав был перекрыт, и вся масса наносов проходила через северный рукав. В этом случае зоны высоких концентраций сосредоточены у северного рукава дельты и наносы практически не достигают порта. Модельные расчёты, проведённые с более тяжёлой фракцией наносов, показали также зависимость характера распространения наносов от их гранулометрического состава. При возрастании размеров частиц и, соответственно, их гравитационной скорости, область их распространения значительно уменьшается, поскольку такие гидродинамические факторы, как течения и турбулентная диффузия, не могут переносить примесь далеко от устьев.

(a)



(6)

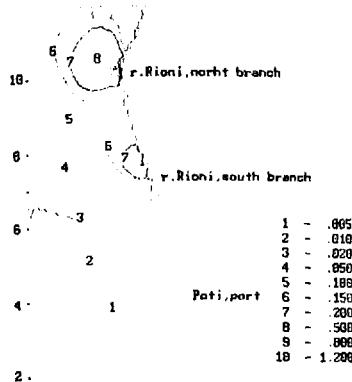


Рис. 8. Концентрации твёрдых наносов на глубине 5 и 1 м в феврале (в единицах кг/м<sup>3</sup>)

Скорость осаждения частиц на единичную площадь в разные месяцы неодинакова и изменяется в течение года в зависимости от сезонной изменчивости расходов взвешенных наносов р. Риони. Гораздо интенсивнее идёт скорость седиментации в ближайших к устьям рукавов точках. Количество осаждённой массы в течение года больше всех получалось в области перед устьями рукавов и существенно уменьшалось в южном направлении в сторону порта. Следует отметить, что картины распределения концентраций и седиментации частиц получены при отсутствии морского волнения. Для оценки деформации дна моря нами была вычислена толщина массы, осаждённой в течение одного года, в узлах расчётной сетки по формуле (4.1.3). Расчёты показали, что осаждённая масса наносов может значительно деформировать дно в окрестностях устьев рукавов р. Риони, где толщина осаждённой массы получалась порядка 1 м.

## 5. Теоретический метод установления местонахождения источника загрязнения

В [15] на основе математического аппарата сопряжённых задач была рассмотрена важная экологическая проблема оптимального размещения промышленных предприятий с таким условием, чтобы суммарное годовое загрязнение населённых пунктов, зон отдыха и других экологически значимых зон от вредных промышленных выбросов не превышало допустимых санитарных норм. В настоящей работе этот аппарат используется для другой важной экологической проблемы – определения местонахождения источника загрязнения в водоёме, если известны концентрации загрязнения в некоторых точках водного бассейна [26, 27, 29].

### 5.1. Описание теоретического метода

Метод основан на решении сопряжённого уравнения переноса-диффузии и свойстве двойственности соответствующих функционалов. Согласно этому свойству, функционалы можно вычислять как в результате основной задачи, так и сопряжённой задачи переноса-диффузии.

Опишем вкратце сущность метода. Допустим, что поле концентрации примеси в морском бассейне  $\Omega$  с боковой поверхностью  $\Sigma$  и глубиной  $H$  создаётся в результате действия стационарного точечного источника с мощностью  $Q$ , расположение которого заранее неизвестно, и в результате наблюдений нам известны значения концентраций в отдельных точках  $\xi_i \in \Omega$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) верхнего слоя моря во времени  $t$  в интервале  $(0, T)$ . Точечный источник можно

представить с помощью дельта функции  $\delta(\vec{r}) = Q\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ , где  $\vec{r}$  произвольная точка с координатами  $x$  и  $y$ , а  $\vec{r}_0$  - точка местоположения источника с координатами  $x_0$  и  $y_0$

Нашей целью является определение окрестности  $\omega \subset \Omega$ , где может находиться источник. Для решения проблемы нахождения источника рассматривается  $N$  количество сопряжённых уравнений переноса-диффузии с соответствующей правой частью  $P$ ,

$$-\frac{\partial \varphi_i^*}{\partial t} - u \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial x} - v \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial y} - w \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial z} + \sigma \varphi_i^* = D \varphi_i^* + P_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5.1.1)$$

Это уравнение решается при следующих граничных и начальных условиях

$$\varphi_i^* = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = 0 \quad (5.1.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial z} &= \alpha \varphi_i^* && \text{при } z = H, \\ \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial n} &= 0 && \text{на } \Sigma \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

$$\varphi_i^* = 0 \quad \text{при } t = T, \quad (5.1.4)$$

Функцию  $P$  можно выбрать по-разному, исходя из физической сущности рассматриваемой проблемы. В нашей задаче эту функцию будем определять с помощью дельта функции

$$P_i(\vec{r}, t) = \delta(\vec{r} - \vec{\xi}_i)$$

Таким образом, сопряжённая задача (5.1.1) – (5.1.4) решается столько раз, сколько точек подобрано в верхней части моря. В отличие от основной задачи, решение сопряжённой задачи происходит по убыванию  $t$  в интервале  $T \geq t \geq 0$ .

Нетрудно показать, что имеет место следующее равенство [15, 29]

$$J_{P_i} = \int_0^T dt \iiint_{\Omega} P_i \varphi d\Omega = \int_0^T dt \iiint_{\Omega} \varphi^* f d\Omega \quad (5.1.5)$$

Равенство (5.1.5) выражает двойственность функционала  $J_{P_i}$ . Это означает, что функционал  $J_{P_i}$  может быть вычислен, как путём решения прямой задачи, так и путём сопряжённой задачи. Если  $P$ ,  $f$  выразить с помощью дельта функции, равенство (5.1.5) можно переписать следующим образом:

$$J_{P_i} = \int_0^T \varphi(\vec{\xi}_i, t) dt = Q \int_0^T \varphi_i^*(\vec{r}_0, t) dt \quad (5.1.6)$$

Местонахождение источника будет определяться следующим образом: для каждой подобранный точки  $\vec{\xi}_i \in \Omega$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) будет решена сопряжённая задача (5.1.1)–(5.1.4) и будет вычислен

соответствующий функционал  $Q \int_0^T \varphi_i^*(\vec{r}_0, t) dt$ . Подмножество возможных местоположений

источника  $\omega$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) для каждой подобранный точки, будет определяться из условия двойственности (5.1.6). Область расположения источника  $\omega$  определяется, как пересечение подмножеств  $\omega_i$ . В общем случае область, кроме реальной точки расположения источника  $\vec{r}_0$ , может содержать и другие точки. Очевидно, что чем меньше точек содержит область  $\omega$ , тем более точно определяется местоположение источника.

## 5.2. Апробация метода

Тестовые численные эксперименты заключались в следующем: в результате решения основной задачи переноса-диффузии в интервале  $(0, T)$  по известной мощности и местоположению источника получали рассчитанные концентрации примеси по всему бассейну. После этого мы “забывали” координаты местоположения источника и ставили себе цель - определить местоположение источника по вышеописанному методу. Метод был апробирован в двух случаях: (а) источник находился на поверхности моря (случай разлива нефти на морской поверхности, двумерная задача); (б) источник находился в глубоких слоях моря (трёхмерная задача). В обоих случаях была исследована чувствительность метода по отношению к основным параметрам задачи.

Рис.9 иллюстрирует определение местоположения источника в том случае, когда источник находился на глубине 805м. В результате решения прямой задачи переноса-диффузии примеси было получено поле концентраций спустя 10 модельных лет и было подобрано пять точек в поверхностном слое. На рис.9 подмножества  $\omega_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ), которые соответствуют подобранным точкам, определяют возможные области местоположения источника. Пересечение этих подмножеств  $\omega$  (последняя картина) содержит одну точку (рис.9e), которая показывает местонахождение источника.

Результаты численных экспериментов показали, что:

- метод более точен в том случае, когда источник находится на поверхности моря. В этом случае точность метода зависит от времени, истекшего с момента разлива нефти. Чем меньше времени прошло, тем точнее определяется местоположение источника. Метод достаточно устойчив по отношению к изменениям основных параметров задачи и может быть применён на практике.

- В случае расположения источника в глубоких слоях моря, метод тем точнее, чем на меньшей глубине находится источник. Когда источник находится в очень глубоких слоях (~ 2000м), метод определяет глубину и область расположения источника, но эта область сравнительно расширена.

Погрешности измерения концентраций мало влияют на точность метода, но погрешность, допущенная при оценке мощности источника, заметно отражается на точности метода. Но и в этом случае применение метода на практике значительно облегчит проведение экспериментальных работ по поиску местонахождения источника.

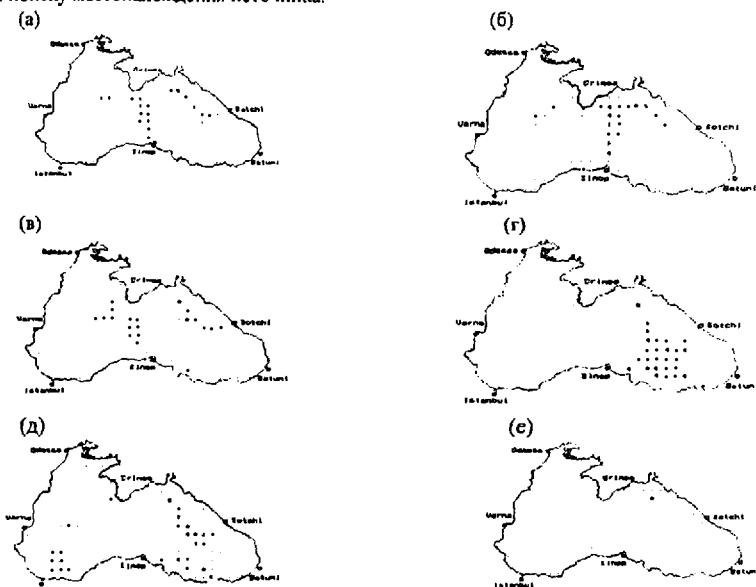


Рис. 9. Подмножества возможных точек местоположения источника: (а) -  $\omega_1$ ; (б) -  $\omega_2$ ; (в) -  $\omega_3$ ; (г) -  $\omega_4$ ; (д) -  $\omega_5$ ; (е) -  $\omega$  является пересечением подмножеств.

## **6. Заключение**

Разработанные модели динамики Чёрного моря позволили рассмотреть ряд задач, связанных с распространением примесей в Чёрном море, а именно:

- разработаны и реализованы модели распространения разлитой на поверхности моря нефти и неконсервативной примеси, поступающей в море от источника, лежащего в глубоких слоях.
- Разработана комплексная система моделирования распространения и седиментации твёрдых наносов р. Рioni в восточной прибрежной зоне Чёрного моря (акватория г. Поти). Модель состоит из гидродинамического блока и блока переноса-диффузии и седиментации. На её основе изучены процессы распространения и гравитационного оседания твёрдых наносов в акватории г. Поти.
- апробирован теоретический метод установления местоположения источника загрязнения для бассейна Чёрного моря по известным концентрациям примеси в отдельных точках верхнего слоя моря. Метод апробирован в тех случаях, когда источник находился в глубоких слоях моря (трёхмерная задача) и на поверхности моря (случай разлива нефти на морской поверхности, двумерная задача).

## **Литература**

1. Виноградов М. Е., Арнаутов Г. Н. Исследования современного состояния Экосистемы чёрного моря. В кн.: Исследования экосистемы пелагии Чёрного моря. М. 1986. С.1-8.
2. Практическая экология морских регионов. Чёрное море. Киев, "Наукова думка". 1990. 250с.
3. Егемеев В. Н., Коротаев Г. К. The Black Sea GOOS: Advance technologies for sustainable development of the regional environment. Proceedings of the 30<sup>th</sup> International Conference *Pacem in Maribus. A year after Johannesburg. Ocean Conference and Sustainable Development: Ocean and Coasts – a Glimpse into the Future. October 27-30, 2003. Kiev. Ukraine. Sevastopol. 2004. PP.460-469.*
4. Озмидов Р. В., Полов Н. И. К изучению вертикального водообмена в океане по данным о распространении в нём стронция-90. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1966. Т.2, № 2. С.183-190.
5. Виноградов А. С. Вертикальная диффузия в океане космогенных изотопов. Океанология. 1978. Т.18 Вып. 1. С.50-57.
6. Виноградов А. С. Вертикальная диффузия в океане радиоактивных выпадений. Океанология 1979. Т.19. Вып.2. С.239-245.
7. Рябченко В. А. Численное моделирование распределения растворённого кислорода в Мировом океане. Океанология. 1977. Т.17. Вып. 6. С.1004-1009.
8. Коган Б. А., Рябченко В. А. Численные эксперименты по сезонной эволюции цикла углерода в океане. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1982. Т.18. №4. С.373-382.
9. Кочергин В. П., Боковиков А. Г. Численные эксперименты по распространению примесей в море. Метеорология и гидрология. 1984. №3. С.73-79.
10. Шкудова Г. Я., Джинев Т. З. Численная модель циркуляции вод и распространения примеси в глубоководном бароклинном море (на примере Чёрного моря). Тр. ГОИН. 1975. Вып.126. С. 92-103.
11. Brovchenko I., Kuschan A., Maderich V., Shliakhtun M., Yuschenko S., Zheleznyak M. The modelling system for simulation of the oil spills in the Black Sea. Proceed. of the 3 nd EuroGOOS Conference. Athens. 3-6 December, 2002.
12. Korotenko K. A., Mamedov R. M., Mooers C. N. K. Prediction of the transport and dispersal of oil in the south Caspian Sea resulting from blowouts, Environmental Fluid Mechanics, Netherlands, "Kluwer Academic Publishers ". 2002. Vol.1. N 4. December 2001. PP. 383-414.
13. Коротенко К. А., Дитрих Д. Е., Бауман М. Моделирование циркуляции и переноса нефтяных пятен в Чёрном море. Океанология. 2003. Т.43. № 3. С.367-378.
14. Каган В. А., Рябченко В. А. Трассеры в Мировом океане. Ленинград, "Гидрометеоиздат" 1978. 58с.
15. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды, Москва, "Наука". 1982. 319 с.
16. Озмидов Р. В. Диффузия примесей в океане. Ленинград, "Гидрометеоиздат". 1986. 280 с.
17. Нелепо Б. Я. Ядерная гидрофизика. Москва, "Атомиздат". 1970. 224 с.
18. Джашвили Ш. Речные наносы и пляжеобразование на Черноморском побережье Грузии. Тбилиси, "Сабчота Сакартвело". 1986. 155 с.
19. Михайлова М. В., Джашвили Ш. В. Гидролого-морфологические процессы в устьевой области Рioni и их антропогенные изменения. Водные ресурсы. 1998. Т.25. №2. С.152-160.

20. Kordzadze A., Kvaratschelia D., Demetrašvili D. On the specification of the eddy viscosity coefficient in the Black Sea dynamics barotropic problem. J. Georgian Geophys. Soc. Tbilisi. 1998. Vol.3b. PP.59-65.
21. Kordzadze A. A., Demetrašvili D. D. Numerical modeling of inner-annual variability of the hydrological regime of the Black Sea with taking into account of alternation of different types of the wind above its surface. Proceed. of Intern. Conference: "A year after Johannesburg-Ocean Governance and Sustainable Development: Ocean and Coasts – a Glimpse into the Future". Kiev. Ukraine. October 27-30, 2003. PP.495-505.
22. Кордзадзе А. А., Деметрашвили Д. И., Сурмава А. А. Численное моделирование гидрофизических полей Чёрного моря в условиях чередования атмосферных циркуляционных процессов. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т.44. № 2. С.227- 238.
23. Кордзадзе А. А., Деметрашвили Д. И. Моделирование и прогноз основных гидрофизических полей в Чёрном море, 2008 (см. настоящий сборник).
24. Kordzadze A., Demetrašvili D. 3D numerical model of distribution of nonconservative admixture in the Black Sea. J. Georgian Geophys. Soc.. 2000. Vol.. 5b. PP.3-11.
25. Kordzadze A., Demetrašvili D. Numerical modeling of distribution of the oil pollution in the Black Sea. J. Georgian Geophys. Soc. 2000. Vol. 5b. PP.12-20.
26. Kordzadze A., Demetrašvili D. Numerical experiments on the determination of the pollution source location in the Black Sea. 3D problem. J. Georgian Geophys. Soc. 2001. Vol. 6b. PP.3-12.
27. Kordzadze A., Demetrašvili D. Numerical experiments on the determination of the pollution source location in the Black Sea. 2D problem. J. Georgian Geophys. Soc. 2001 Vol. 6b. PP.13-22.
28. Demetrašvili D., Kordzadze A. Numerical modeling of distribution of pollution substances in the Black Sea. Reports of enlarged sessions of the seminar of I. Vekua Institute of applied mathematics. 2002. Vol. 17. N 3. PP. 44-57.
29. Demetrašvili D., Kordzadze A. Determination of the pollution source location in the Black Sea on the basis of conjugate equations theory. Reports of enlarged sessions of the seminar of I. Vekua Institute of applied mathematics. 2002. Vol. 17. N 3. PP. 58-70.
30. Kordzadze A., Demetrašvili D., Surmava A. A. A numerical study of spreading of the oil pollution in the natural environment. Экология окружающей среды и безопасность жизнедеятельности. Киев. Украина. 2005. N 2. PP. 77-84.
31. Kiknadze A., Kordzadze A., Demetrašvili D., Surmava A. Kacharava G.- Simmulation of diffusion and sedimentation of Rioni River Alluvium in the Georgian Black Sea coast (water area of Poti city). Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences. 2006. Vol.173. N 3. PP.504-506.
32. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. Ленинград, "Гидрометеониздат". 1974. 303 с.
33. Кордзадзе А. А. Математическое моделирование динамики морских течений. (теория, алгоритмы, численные эксперименты), Москва, ОВМ АН СССР. 1989. 218с.
34. Зилитинкевич С. С., Монин А. С. Турбулентность в динамических моделях атмосферы, Ленинград, Наука. 1971. 44 с.

შეკვეთი მინარევების გავრცელების მოდელირების შედეგები

კორძაძე ა., დემეტრაშვილი დ.

### რეზიუმე

განიხილება ამოცანების ორი ტიპი, რომლებიც დაკავშირებულია ზღვის აუზში მინარევების გაერცელებასთან: (ა) მინარევის ქონცენტრაციის ეფლის გაოცდა წეაროს ცნობილი აღვილმდებარეობისა და სიმძლეების მიხედვით და (ბ) წეაროს ადგილმდებარების დაფეხნა ზღვის აუზის ზოგიერთ წერტილებში მინარევის (ცნობილი ქონცენტრაციების მიხედვით. ამოცანების პირველი ტიპი დაუყურებულია ბადაბანა-დიფუზიის თან და სამგანზომილებაან განტოლებებზე, ხოლო მეორე ტიპი - გადატანა-დიფუზიის შეუდებულ განტოლებასა და შესაბამისი უწესებების მოდელირების ორმაგობის თვისებაზე. ამოცანათა ამოსახსრებად გამოყენებულია განხლების თრიკილიანი ძეგლთან

საკოორდინაციო წრცევების მიხედვით. მოდელირებულია შავი ზღვის ღია ნაწილში დიდი რაოდგენილი ჩაღრიძილი ნაეთიძისა (ორგანზომილდებიანი ამოქანა) და ზღვის დროი უენებში მოთავსებული უწყვეტი მოქმედების წერტილობაზი წყაროდინ გამოიული არაენსერვატიული მნარევების (სტრონიუმ-90 – ის მაგლოდოზე) გაცერცელდება, აგრეთვე მდე რიონის მცარი ნატანის გაერცელდება და სერიმეტრაციის შავი ზღვის აღმოსავალეთ სანაირო ზონაში (ქ. ფოთის აკეატორია). დაჰგვანების წყაროს დადგენის თვირთული მეთოდი აპრობირებულია ორ შემთხვევაში, რომა წყარო მოთავსებული იყო მავი ზღვის ღრმა უცნებასა და ზღვის ზედაირზე, განხილულ ამოქანებში გამოუქმებული დინების ეფექტებით გამოითვალისწინებოდა შავი ზღვის დინების საფუძველზე.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСЕЙ В ЧЁРНОМ МОРЕ

Кордзадзе А. А., Деметрашвили Д. И.

### Реферат

Рассматриваются два типа задач, связанных с распространением примесей в морском бассейне: (а) расчёт поля концентрации примеси по известному местонахождению и мощности источника, и (б) определение местонахождения источника по известным концентрациям примеси в некоторых точках бассейна. Первый тип задач основан на решении двумерных и трёхмерных уравнений переноса – диффузии, а второй тип – на решении сопряжённого уравнения переноса-диффузии и свойства двойственности соответствующих функционалов. Для решения задач используется двухциклический метод расщепления по координатным линиям. Моделируется распространение разлитой в большом количестве нефти в открытой части Чёрного моря (двумерная задача) и неконсервативной примеси (на примере Странций – 90) от точечного источника непрерывного действия, расположенного в глубоких слоях моря (трёхмерная задача), а также распространение и седиментация твёрдых наносов р. Рioni в восточной прибрежной зоне Чёрного моря (акватория г. Поти). Теоретический метод установления источника загрязнения был апробирован в двух случаях, когда источник находился в глубоких слоях Чёрного моря и на поверхности моря. Поля течения, использованные в рассмотренных задачах, рассчитывались на основе моделей динамики Чёрного моря.

## RESULTS OF MODELING OF ADMIXTURES' DISPERSION IN THE BLACK SEA

Kordzadze A., Demetrašvili D.

### Abstract

Two types of problems connected with distribution of an impurity in a sea basin are considered: (a) calculation of a pollution concentration field on a known location and power of the pollution source and (b) definition of a location of the source on known pollution concentrations in some points of the basin. The first type of problems is based on solution of the 2D and 3D transfer-diffusion equations, and the second type – on the solution of the conjugate transfer-diffusion equation and property of a duality of corresponding functionals. For solution of these problems the two-cyclic splitting method on coordinate lines is used. The distribution of the oil poured in a considerable quantity to the open part of the Black Sea (a two-dimensional problem) and a nonconservative impurity (on an example, Strontium – 90) from a point source of the continuous action located in deep layers of the Black Sea (a three-dimensional problem), and also distribution and sedimentation of the Rioni River alluvium in the east coastal zone of the Black Sea (water area of Poti city). The theoretical method of an establishment of the pollution source has been tested in two cases: 1. The source was in deep layers of the Black Sea; 2. The source was on the sea surface. In all considered problems the sea current field is calculated on the basis of models of the Black Sea dynamics.